

7. SINTEZA REGULATORA POZICIJE

Prenosna funkcija mehaničkog podsistema, uz moment kao ulaznu i poziciju kao izlaznu veličinu, drugog je reda. Iz razloga iznetih u prethodnom poglavlju, gubici usled frikcije i ventilacije se mogu zanemariti, pa mehanički podsistem pogona, u petlji regulatora pozicije, predstavlja dvostruki integrator. Struktura regulatora mora, iz razloga stabilnosti, sadržati diferencijalno dejstvo po poziciji. Astatizam prenosne funkcije sa ulaza na izlaz je obezbeđen prirodom samog procesa (integracijom u okviru objekta upravljanja). Na osnovu ovoga, integralno dejstvo nije neophodno, pa se struktura pozicionog regulatora određuje kao proporcionalno–diferencijalna. Regulator i objekat su prikazani blok dijagramom na slici 7.1.. Iz istih razloga kao i kod brzinskog regulatora [120], diferencijalno dejstvo je izmešteno u kolo lokalne povratne sprege. Prenosna funkcija objekta u z–domenu data je izrazom 7.1.. Pri određivanju prenosne funkcije uzet je u obzir način merenja brzine i pozicije, kao i karakteristike vektorski kontrolisanog asinhronog motora kao izvršnog organa. Pri svim izvođenjima operiše se sa normalizovanim veličinama. Osnove za normalizaciju su date u poglavlju 6.. Jednačine mehaničkog podsistema su :

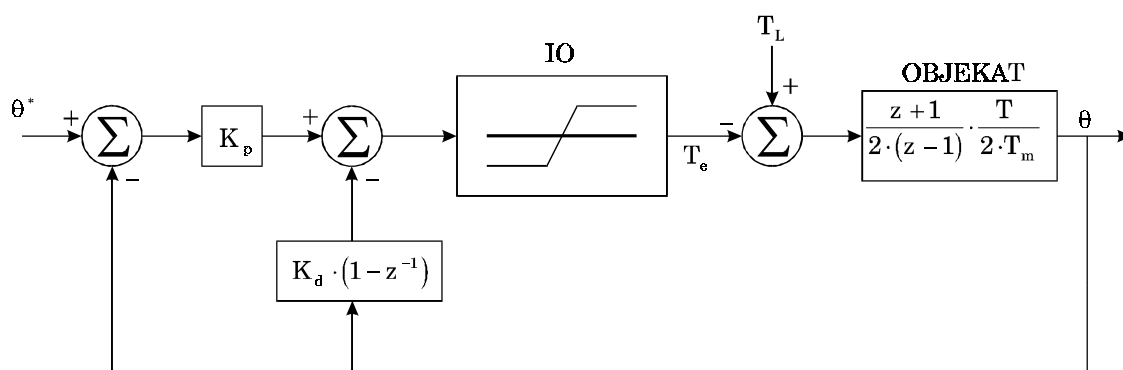
$$T_m \cdot \frac{d\omega}{dt} = T_e(t) - T_L ; T \cdot \frac{d\theta}{dt} = \omega$$

Elektromagnetni moment T_e je konstantan u toku periode T , pa je brzina linearno promenljiva. Srednja vrednost linearno promenljive brzine jednaka je aritmetičkoj sredini trenutnih vrednosti na krajevima intervala :

$$\begin{aligned} n \cdot T \leq t \leq (n+1) \cdot T &\Rightarrow T_e(t) = T_n ; \omega(t) = \omega_n + \frac{t}{T_m} \cdot (T_n - T_L) \\ \omega_{n+1} &= \omega_n + \frac{T}{T_m} \cdot (T_n - T_L) ; \theta_{n+1} = \theta_n + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \omega(t) dt = \theta_n + \frac{\omega_{n+1} + \omega_n}{2} \\ \omega(z) &= \frac{T/T_m}{z-1} \cdot (T_e(z) - T_L) ; \theta(z) = \frac{z+1}{2 \cdot (z-1)} \cdot \omega(z) ; \\ \Rightarrow \theta(z) &= \frac{z+1}{(z-1)^2} \cdot \frac{T}{2 \cdot T_m} \cdot (T_e(z) - T_L) ; W(z) = \frac{z+1}{(z-1)^2} \cdot \frac{T}{2 \cdot T_m} \end{aligned} \quad (7.1)$$

Prenosne funkcije u odnosu na referentnu poziciju i opterećenje date su izrazima 7.2. i 7.3. :

$$\frac{\theta(z)}{\theta^*(z)} = \frac{K_p}{\frac{1}{W(z)} + K_p + K_d \cdot (1 - z^{-1})} = W_1(z) \quad (7.2.)$$

Slika 7.1.: *Struktura regulatora pozicije.*

$$\frac{\theta(z)}{T_L(z)} = \frac{-1}{\frac{1}{W(z)} + K_p + K_d \cdot (1 - z^{-1})} = W_2(z) \quad (7.3)$$

Od interesa je utvrditi odziv kada su referentna pozicija θ^* i moment opterećenja T_L Hevisajdove funkcije :

$$\theta^*(t) = \theta^* \cdot h(t) ; T_L(t) = T_L \cdot \delta(t) ; \theta^*(z) = \frac{z}{z-1} \cdot \theta^* ; T_L(z) = \frac{z}{z-1} \cdot T_L$$

Nakon smirenja prelaznih procesa, uspostavlja se stacionarno stanje. Vrednost pozicije u stacionarnom stanju je:

$$\theta_{stac} = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \cdot \theta(z) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \cdot (W_1(z) \cdot \theta^*(z) + W_2(z) \cdot T_L(z)) = \theta^* - \frac{T_L}{K_p} \quad (7.4)$$

Na osnovu izraza za stacionarnu vrednost pozicije, može se zaključiti da u odsustvu momenta opterećenja nema greške stacionarnog stanja. Pojava momenta opterećenja prouzrokuje pozicionu grešku koja je obrnuto srazmerna koeficijentu proporcionalnog pojačanja. Recipročna vrednost K_p zapravo predstavlja krutost. Pri određivanju parametara regulatora, treba imati u vidu da veće vrednosti proporcionalnog pojačanja rezultuju većom krutošću, odnosno manjim odstupanjima pozicije usled momenta opterećenja. Karakteristični polinom sistema dat je jednakošću 7.5.:

$$f(z) = z^3 + (K'_p + K'_d - 2) \cdot z^2 + (1 + K'_p) \cdot z - K'_d$$

$$\left(K'_p = K_p \cdot \frac{T}{2 \cdot T_m} \quad ; \quad K'_d = K_d \cdot \frac{T}{2 \cdot T_m} \right) \quad (7.5)$$

Kao kriterijum za izbor parametara se usvaja zahtev za odzivom bez 'prebačaja uz maksimalnu moguću vrednost parametra K'_p . Polinom 7.5. je istog oblika kao i polinom 6.11. u poglavlju 6. Maksimalna vrednost K'_p koja daje realne korene polinoma i njoj odgovarajuća vrednost K'_d su date izrazom 7.6. (vrednosti su iste kao i u izrazu 6.13. u poglavlju 6.). Na osnovu ovih koeficijenata, periode odabiranja i mehaničke vremenske konstante pogona, određuju se koeficijenti proporcionalnog i integralnog dejstva regulatora (jednakosti 7.7.).

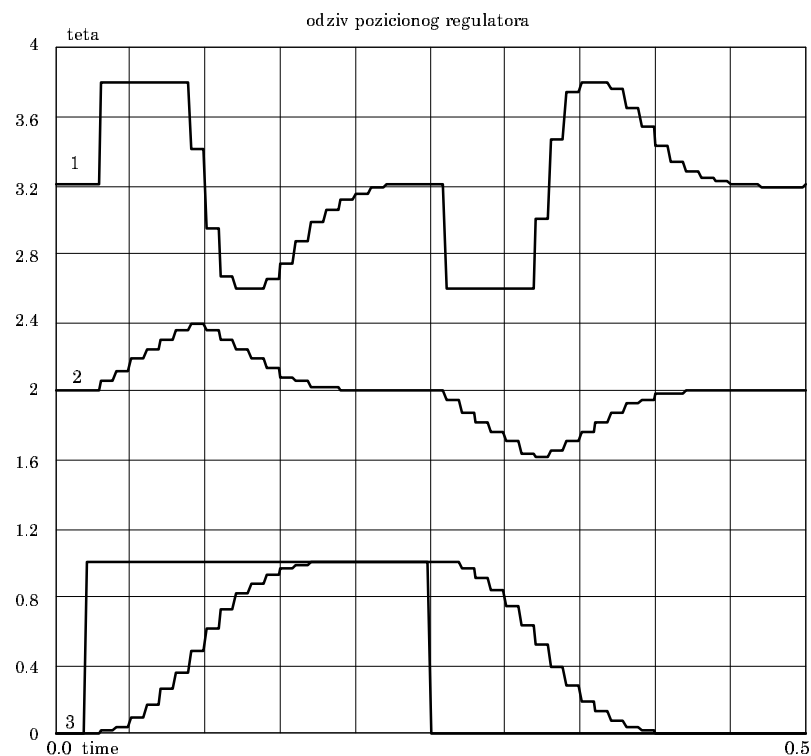
$$K'_p \approx 0.035 \quad ; \quad K'_d \approx 0.2025 \quad (7.6)$$

$$K_p = K'_p \cdot \frac{2 \cdot T_m}{T} \quad ; \quad K_d = K'_d \cdot \frac{2 \cdot T_m}{T} \quad (7.7)$$

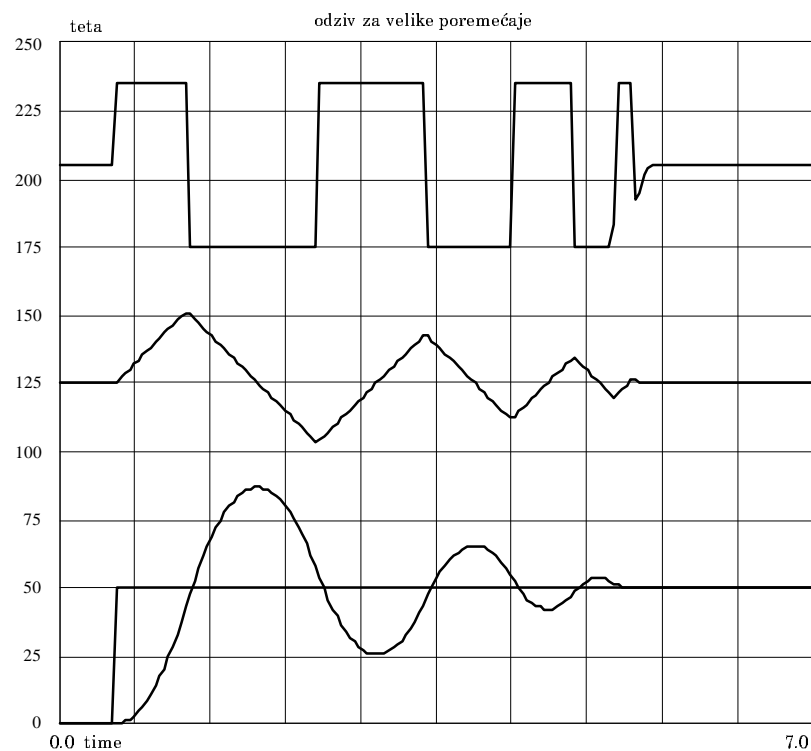
$$T_m = 1.11 \text{ s} \quad ; \quad T = 0.01 \text{ s} \Rightarrow K_p = 7.79 \quad ; \quad K_d = 45$$

Rad pozicionog regulatora sa ovako podešenim parametrima simuliran je na digitalnom računaru. Rezultati simulacije su prikazani na slikama 7.2. i 7.3.. Talasni oblici na slici 7.2. predstavljaju odziv sistema na male poremećaje. Gornji talasni oblik predstavlja moment, srednji trag brzinu a donja dva traga referentnu i aktuelnu poziciju. Simuliran je vremenski period od 500 ms, u okviru koga referentna pozicija ima skok od 1 p.u. (četvrtinu obrtaja). Na slici 7.3. prikazan je odziv na veliki poremećaj (poremećaj pri kome se aktivira limiter momenta i sistem prestaje da bude linearan). Odziv je oscilatoran i pored aperiodičnog karaktera polova spregnutog prenosa. Problem se ne može rešiti primenom inkrementalne forme zakona upravljanja, kao što je to bio slučaj sa regulatorom brzine. Regulator pozicije je, za razliku od brzinskog, proporcionalno–diferencijalni i ne sadrži memoriju u vidu integratora, pa do oscilacija pri velikim poremećajima ne dolazi zbog akumulacije greške u integratoru regulatora, već zbog ograničenog momenta kočenja i neblagovremenog zaustavljanja pri dostizanju komandovane pozicije. U odsustvu ograničenja momenta, odziv bi bio definisan polovima spregnutog prenosa pri svim vrednostima ulaznog poremećaja. Tada trajanje prelaznog procesa ne bi zavisilo od veličine poremećaja, dok bi amplituda brzine i momenta bile linearno srazmerne poremećaju. Kod realnog pogona, raspoloživi moment je ograničen strujnim kapacitetom pretvarača, i za eksperimentalni prototip jednak je dvostrukoj vrednosti nominalnog momenta. Jedna od posledica ograničenog

momenta je zavisnost vremena dostizanja komandovane pozicije od početne greške. Druga posledica je prebačaj i oscilatoran odziv prouzrokovan ograničenim momentom kočenja i neblagovremenim zaustavljanjem.



Slika 7.2.: Odziv za mali ulazni poremećaj.



Slika 7.3.: Odziv za veliki ulazni poremećaj.

Problem se može rešiti ograničenjem brzine u zavisnosti od pozicione greške. Ukoliko se brzina približavanja komandovanoj vrednosti pozicije blagovremeno smanji, moguće je eliminisati prebačaj i oscilacije. Potrebno je utvrditi zavisnost maksimalne dozvoljene brzine od pozicione greške i pronaći način da se ovo ograničenje primeni. Pri radu sa konstantnim (limitiranim) momentom, promene brzine i pozicije date su jednakostima 7.8. i 7.9.. Eliminacijom nezavisne promenljive t , dobija se zavisnost brzine i pozicije 7.10.. Ograničenje momenta obeleženo je sa T_{\max} .

$$\omega(t) = \frac{T_{\max}}{T_m} \cdot t \quad ; \quad (\text{usvojeno je } \omega(0) = 0) \quad (7.8)$$

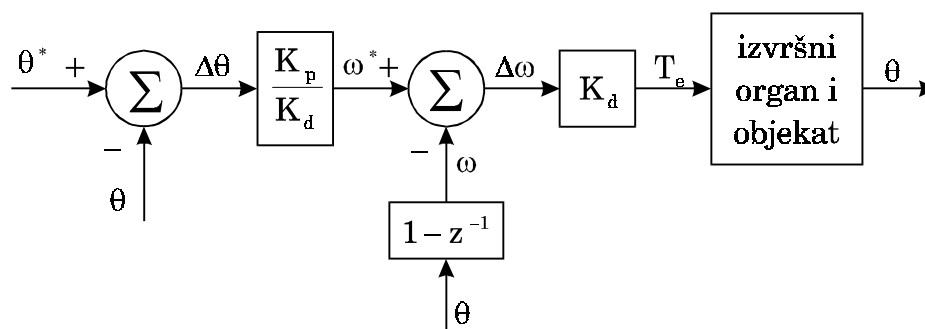
$$\theta(t) = \frac{T_{\max}}{T_m} \cdot \frac{t^2}{2 \cdot T} \quad ; \quad (\text{usvojeno je } \theta(0) = 0) \quad (7.9)$$

$$\omega(\theta) = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{T_m} \cdot T_{\max} \cdot \theta} \quad \begin{array}{l} (T \text{ perioda odabiranja}) \\ (T_{\max} \text{ maksimalni moment}) \end{array} \quad (7.10)$$

$T_m = J \cdot \omega_n / T_n$.

Jednačine 7.8. i 7.9. opisuju brzinu i poziciju pri zaletanju sa konstantnim momentom T_{\max} i početnim vrednostima ω i θ jednakim nuli. Isti izrazi, uz smenu $t' = t_{\text{end}} - t$, opisuju kočenje sa konstantnim momentom T_{\max} i krajnjim vrednostima $\omega(t_{\text{end}}) = 0$ i $\theta(t_{\text{end}}) = 0$. Jednakost 7.10. daje maksimalnu vrednost brzine pri kojoj, uz ograničen kočioni moment, neće doći do prebačaja. Sada treba naći način za primenu ograničenja brzine (7.10.) u slučaju PD regulatora pozicije, prikazanog na slici 7.1..

Deo preuređenog blok dijagrama sa slike 7.1. dat je na slici 7.4.:

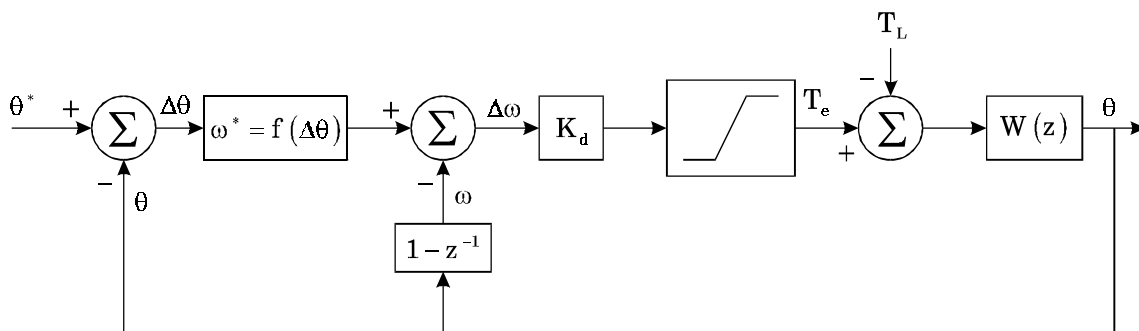


Slika 7.4.: Alternativno prikazivanje PD regulatora pozicije.

Prema slici 7.4., proporcionalno diferencijalni regulator možemo posmatrati kao regulator brzine sa proporcionalnim dejstvom po brzini K_d i referentnom vrednošću brzine $\omega^* = K_p / K_d \cdot \Delta\theta$. Ograničenje 7.10. može se primeniti na signal ω^* . Umesto bloka linearnog pojačanja K_p / K_d , treba uvesti nelinearni blok koji signal ω^* određuje na osnovu pozicione greške $\Delta\theta$ i jednakosti 7.10.. Na ovaj način se, zapravo, ne vrši ograničenje brzine ω već referentne vrednosti brzine ω^* ekvivalentnog proporcionalnog regulatora brzine. Imajući u vidu približnu procenu odstupanja $\Delta\omega \cong 1 / K_d$, ograničenje 7.10. se može modifikovati:

$$\omega_{\max}(\Delta\theta) = \sqrt{\frac{2 \cdot T}{T_m} \cdot T_{\max} \cdot \Delta\theta} \cdot \frac{K_d}{1 + K_d} \quad (7.11)$$

Zamenom pojačavača pozicione greške, pojačanja K_p / K_d , sa nelinearnim blokom čija je prenosna funkcija 7.11., poremetio bi se rad regulatora u oblasti malih poremećaja. Parcijalni izvod funkcije 7.11. u okolini nule ima vrednost koja teži beskonačnosti, što znači da bi pojačanje u okolini nulte pozicione greške bilo jako veliko. Može se očekivati da bi posledica bio nestabilan rad i oscilacije pozicione greške oko nule. Zato je pojačavač greške $\Delta\theta$ izveden tako da je funkcija $\omega^*(\Delta\theta)$, u okolini nule, prava linija sa nagibom K_p / K_d , da bi se postigao odziv za male poremećaje identičan odzivu sistema sa linearnim PD regulatorom (na slici 7.1.). Linearni deo karakteristike $\omega^*(\Delta\theta)$ prostire se u pozitivnom i negativnom pravcu do preseka sa krivom 7.11.. Za negativne vrednosti $\Delta\theta$, jednačina 7.11. povezuje $-\Delta\theta$. Konačni oblik regulatora pozicije dat je slikom 7.5. i izrazom 7.12.. Ukoliko se referentna pozicija menja u skokovima manjim od $\Delta\theta \cong 1$ p.u. (od četvrtine obrtaja), rad regulatora se odvija u linearnom delu karakteristike $\omega^* = f(\Delta\theta)$, pa nema nikakve razlike u odzivu ovog regulatora i linearnog PD regulatora na slici 7.1.. Razlike se uočavaju u odzivu na velike ulazne poremećaje. Odziv modifikovanog sistema na skok referentne pozicije od 250 p.u. ($\cong 162$ obrtaja) dat je na slici 7.6..



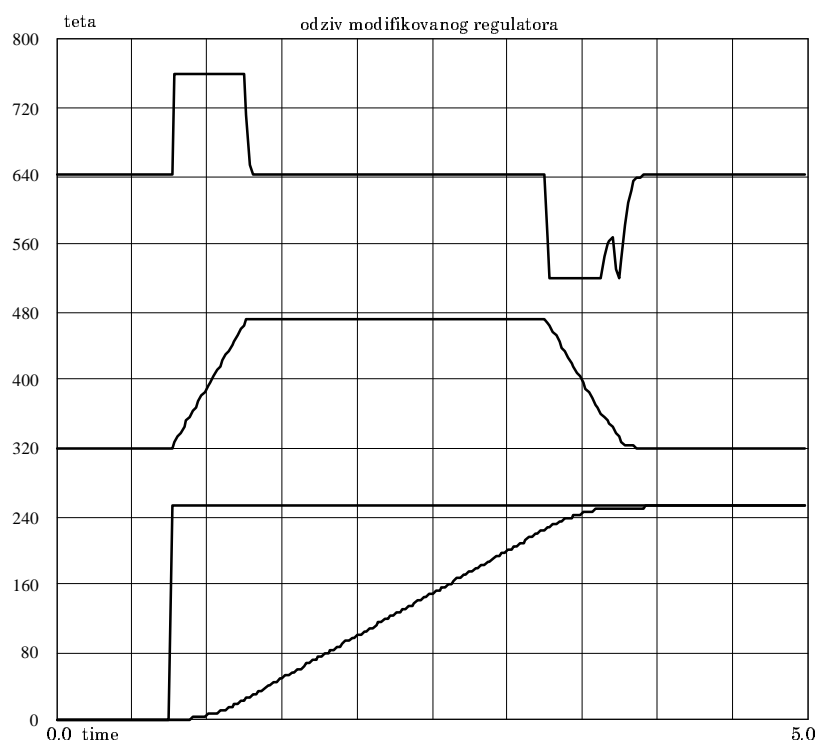
Slika 7.5.: *Modifikovani PD pozicioni regulator prilagođen radu u uslovima ograničenog momenta.*

$$f(\Delta\theta) = \begin{cases} K_p/K_d \cdot \Delta\theta = 0.1731 \cdot \Delta\theta & (|\Delta\theta| < 1.15) \\ 0.1856 \cdot \text{sgn}(\Delta\theta) \cdot \sqrt{|\Delta\theta|} & (|\Delta\theta| \geq 1.15) \end{cases} \quad (7.12)$$

$$\text{limiter brzine : } |f(\Delta\theta)|_{\max} = \omega_{\max} = 1 \text{ p.u.} \quad (7.13)$$

Gornji trag na slici 7.6. predstavlja pogonski moment, srednji brzinu a donja dva referentnu i aktuelnu poziciju. Pored bloka nelinearnog pojačanja (7.12.), uveden je i limit brzine (7.13.). Vidi se da su eliminisani prebačaj i oscilacije pozicije i brzine. Motor najpre ubrzava, koristeći se maksimalnim raspoloživim momentom. Nakon toga, dostiže maksimalnu dozvoljenu brzinu. Ova brzina se održava do prilaska komandovanoj poziciji. Motor zatim koči, koristeći maksimalni raspoloživi moment, i blagovremeno se, bez prebačaja, zaustavlja. Ovakav odziv garantuje maksimalnu brzinu dostizanja referentne pozicije u uslovima ograničenog momenta i brzine pogona. Verifikacija prikazanog zakona upravljanja izvršena je ispitivanjem na eksperimentalnom prototipu pogona. Rezultati su prikazani u okviru poglavlja 9..

Određivanje koeficijenata K_p i K_d , koji određuju odziv za male poremećaje, i funkcije $f(\Delta\theta)$, date izrazom 7.12., zahteva poznavanje mehaničke vremenske konstante pogona T_m . Ukoliko je T_m promenljivo, menja se i karakter odziva pozicione petlje.



Slika 7.6. : Odziv modifikovanog PD regulatora pozicije.

Ako moment opterećenja ne sadrži potencijalnu komponentu, procena vremenske konstante T_m se može izvršiti na osnovu prvih N odbiraka pozicije na početku prelaznog procesa, kada je brzina relativno mala i moment trenja zanemarljiv. Ako motor polazi iz stanja mirovanja i ako je skok referentne pozicije takav da prouzrokuje razvijanje maksimalnog momenta (kao na slici 7.6.), motor ubrzava sa konstantnim, maksimalnim raspoloživim momentom. Zbir prvih N odbiraka pozicije dat je izrazom 7.14.. Pretpostavljeno je da je $\theta(0)=0$.

$$\sum_{k=1}^{k=N} \theta_k = \frac{N \cdot (N+1) \cdot (2 \cdot N + 1)}{6} \cdot \frac{T}{2 \cdot T_m} \cdot T_{\max} \quad (7.14)$$

Na osnovu merenja prvih N odbiraka pri radu u režimu ograničenja momenta i poznavanja T i T_{\max} , moguće je odrediti konstantu T_m . Broj N je, u praksi, varijabilan, i zavisi od toga koliko dugo traje rad u režimu ograničenog momenta. Ukoliko je došlo do promene T_m , vrednost izmerena na početku prelaznog procesa se može upotrebiti za korekciju K_p , K_d i $f(\Delta\theta)$ tako da se pri dostizanju komandovane pozicije omogući blagovremeno kočenje. Prilagođenje zakona upravljanja zahteva sumiranje odbiraka i izračunavanje T_m (jednačina 7.14.), obavljanje dva množenja, radi korekcije K_p i K_d (jednačina 7.7.) i izračunavanje korene funkcije radi prilagođenja $f(\Delta\theta)$ (jednačina 7.12.).

Uticaj promene momenta inercije pogona na kvalitet odziva može se videti iz eksperimentalnih rezultata u okviru poglavlja 9.