

**LABORATORIJSKA VEŽBA**

**Ispitivanje dinamičkih svojstava  
digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma  
putem računarskih simulacija**

## SADRŽAJ:

1.	Uvod .....	2
2.	Teorijski osnovi .....	5
2.1	Struktura za upravljanje kretanjem .....	6
2.2	Komponente brzinskog servomehanizma .....	7
2.3.	Mehanički podsistem .....	9
2.3.1.	Modelovanje mehaničkog podsistema u SIMULINK-u .....	9
2.4.	Električni podsistem .....	13
2.4.1.	Modelovanje električnog podsistema u SIMULINK-u .....	13
2.4.2.	Kašnjenje električnog podsistema .....	14
2.5.	Davač .....	16
2.5.1.	Optički enkoder .....	16
2.5.2.	Modelovanje optičkog enkodera u SIMULINK-u .....	16
2.5.3.	Elektromagnetni rizolver sa sinhrokonvertorom .....	17
2.5.4.	Modelovanje sinhrokonvertora u SIMULINK-u .....	18
2.5.5.	Kašnjenje sinhrokonvertora .....	19
2.6.	Blok za merenje brzine .....	21
2.6.1.	Modelovanje bloka za merenje brzine u SIMULINK-u .....	22
2.7.	Regulator brzine .....	23
2.7.1.	Izbor upravljačke strukture regulatora brzine .....	23
2.7.2.	Modelovanje regulatora brzine u SIMULINK-u .....	27
2.8.	Optimalno podešavanje parametara regulatora brzine .....	29
3.	Zadatak vežbe .....	32
4.	Izveštaj .....	35
Dodatak:	Priprema za vežbu .....	47
D1.	SIMULINK model <i>A.mdl</i> .....	47
D2.	SIMULINK model <i>B.mdl</i> .....	48
D3.	SIMULINK model <i>C.mdl</i> .....	49

## 1. Uvod

U oblasti robotike i industrijske automatizacije, tokom sedamdesetih godina 20. veka, hidraulični i pneumatski izvršni organi su su zamenjeni električnim pogonima promenljive brzine - servomotorima, dok su mehanički satni mehanizmi zamenjeni digitalnim računarima.

Alatne mašine, centri za mašinsku obradu i industrijski roboti pokretani servomotorima doprinose povećanju produktivnosti i kvaliteta obrade u praktično svim granama industrijske proizvodnje: automobilske industriji, valjaonicama, tekstilnoj industriji, industriji papira, prehrambenoj industriji i mnogim drugim.

Kao rezultat težnje da se istovremeno poveća i produktivnost i kvalitet obrade postavljeni su zahtevi za povećanjem brzine obrade i tačnosti pozicioniranja, tj. što bržeg i preciznijeg kretanja alata, komada koji se obrađuje ili nekog drugog predmeta. Ovi zahtevi su protivrečni, i njihovo zadovoljavanje se ostvaruje korišćenjem odgovarajućih algoritmima kretanja.

Kretanje alata, predmeta obrade ili robota se odvija prema željenim, unapred određenim, trajektorijama brzine i pozicije. Pošto svaki mehanički sistem ima određen broj stepeni slobode, potrebno je za svaki pojedinačni stepen slobode zadati trajektoriju tako da njihovo istovremeno praćenje obezbeđuje željeno koordinisano kretanje strukture.

Odstupanje od željene trajektorije može nastati iz mnogo razloga: usled valovitost elektromagnetnog momenta, uzrokovanog nesavršenošću motora, usled šuma kvantizacije kod merenja pozicije, usled nelinearnih otpora pri kretanju, usled koćećeg momenta impulsnog karaktera koji se stvara usled otpora materijala, usled otpora ležajeva u motoru, usled drugih reaktivnih sila koje stvara sama mašina, usled sila sprege koje su uzrokovane kretanjem po drugim osama, usled sila trenja i sl.

**Zadatak algoritma za upravljanje kretanjem je da generiše signale za kontrolu servomotora na način koji omogućava praćenje zadate trajektorije uz što manju grešku i što veći propusni opseg.**

Sve do pojave adekvatnih digitalnih mikrokontrolera, regulacija servomotora je vršena pomoću analognih kola sa operacionim pojačavačima. Analogni regulatori su najčešće korišćeni u kombinaciji sa motorima jednosmerne struje. Ovakvi servosistemi su imali bolje performanse od hidrauličnih i pneumatskih ekvivalenata, ali su njihove karakteristike bile umnogome ograničene analognom implementacijom regulatora brzine: rad u oblasti malih brzina je otežan zbog ofseta koji postoji kod operacionih pojačavača kao i zbog šuma koji se javlja usled klizanja četkica preko kolektorskih kriški; pasivne komponente su podložne procesu starenja i uticaju temperaturnih varijacija, što menja njihove karakteristike, a time i parametre regulacije; analogna implementacija onemogućava primenu *FIR* i *notch* filtara koji su potrebni kod sistema sa spregnutim masama i otežava promenu parametara regulacije, što je često potrebno u brzinskim servomehanizmima.

Digitalna implementacija regulatora brzine se zasniva na korišćenju digitalnih mikrokontrolera i digitalnih senzora na vratilu motora.

Digitalni senzori (inkrementalni i apsolutni enkoderi, rizeri) u potpunosti eliminišu uticaj šuma koji se javlja kod tahogeneratora.

Digitalni mikrokontroleri omogućavaju implementaciju nelinearnih zakona upravljanja, brzu i jednostavnu promenu parametara regulacije, kao i implementaciju digitalnih filtara sa karakteristikama koje nisu bile moguće kod analogne implementacije.

Zbog velike brzine računanja mikrokontrolera, pokretački moment je moguće zadati sa velikom učestanošću (~ kHz). Odziv momenta na vratilu je reda veličine 100μs, što je za dva reda veličine brže od prelaznih pojava u mehaničkom podsistemu, pa se digitalno upravljani pogon može smatrati proporcionalnim izvršnim organom sa zanemarljivim kašnjenjem.

Ovo praktično znači da je korišćenjem digitalnih regulatora moguće direktno upravljati momentom, što znatno olakšava sintezu regulatora brzine jer se funkcija prenosa objekta upravljanja svodi na funkciju prenosa mehaničkog podsistema.

U ovoj vežbi je prikazana digitalna implementacija brzinskog servomehanizma: najpre sa krutom vezom između masa motora i opterećenja, a potom i sa elastičnom vezom. Vežba je namenjena studentima koji pohađaju nastavu iz predmeta Mikroprocesorsko upravljanje elektromotornim pogonima (TE5MUE).

Cilj vežbe je da se putem računarskih simulacija ispituju dinamička svojstva digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma. Kroz niz od 9 simulacionih eksperimenata analizira se uticaj parametara sistema i regulatora na karakter i tačnost regulisane brzine i robusnost sistema na dejstvo poremećaja.

Pre pristupanja vežbanju, preporučuje se da student prouči sledeću literaturu:

- (1) **“Projektovanje adaptivnog mikroprocesorskog upravljanja brzinom i pozicijom asinhronog motora”**, S. N. Vukosavić - poglavlja 6 i 7;
- (2) **"Design of microprocessor-based system for positioning servomechanism with induction motor"**, M. R. Stojic, S. N. Vukosavic, IEEE Trans. on Ind. Electronics, Vol. 38, No. 5, October 1991, pp 369-378.

Literatura je dostupna na web-stranici: <http://ddc.etf.bg.ac.yu/>

Vežba je organizovana u četiri poglavlja.

Uvodne napomene date su u **prvom poglavlju**.

U **drugom poglavlju**, dati su teorijski osnovi neophodni za razumevanje i uspešnu realizaciju vežbe. Prikazana je strukturna sinteza digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma koja uvažava nesavršenosti električnog podsistema, mehaničkog podsistema i senzora za merenje položaja-davača. Svakoj komponenti brzinskog servomehanizma pridružen je odgovarajući SIMULINK model. Dobijeni model digitalne brzinske petlje sa uračunatim kašnjenjem upotrebljen je kao osnova za sprovođenje procedure optimalnog podešavanja parametara regulatora brzine.

U **trećem poglavlju** je naznačen zadatak vežbe.

U **četvrtom poglavlju** su date smernice za formiranje izveštaja.

U **dodatku** su date smernice za kreiranje SIMULINK modela *B.mdl*, *C.mdl* i njihovih komandnih datoteka.

**NAPOMENA:**

Radi boljeg razumevanja vežbe student bi trebao samostalno da realizuje SIMULINK modele *B.mdl* i *C.mdl* i njihove komandne datoteke.

**Dodatak treba koristiti isključivo kao sredstvo za rešavanje problema i nejasnoća na koje se može naići tokom izrade vežbe.**

Za vežbanje je potrebno imati PC računar, programski paket MATLAB (verzija 7.0 i više), modul SIMULINK i kolekciju pomenutih datoteka, dostupnih na WEB site-u: <http://ddc.etf.bg.ac.yu/>.

Podrazumeva se da student poseduje osnovna znanja o radu u MATLAB-u.

## 2. Teorijski osnovi

U ovom poglavlju, dati su teorijski osnovi neophodni za razumevanje i uspešnu realizaciju vežbe. Prikazana je strukturna sinteza digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma koja uvažava nesavršenosti:

- mehaničkog podsistema;
- električnog podsistema;
- senzora za merenje položaja-davača.

Svakoj komponenti brzinskog servomehanizma pridružen je odgovarajući SIMULINK model. Dobijeni model digitalne brzinske petlje sa uračunatim kašnjenjem upotrebljen je kao osnova za sprovođenje procedure optimalnog podešavanja parametara regulatora brzine.

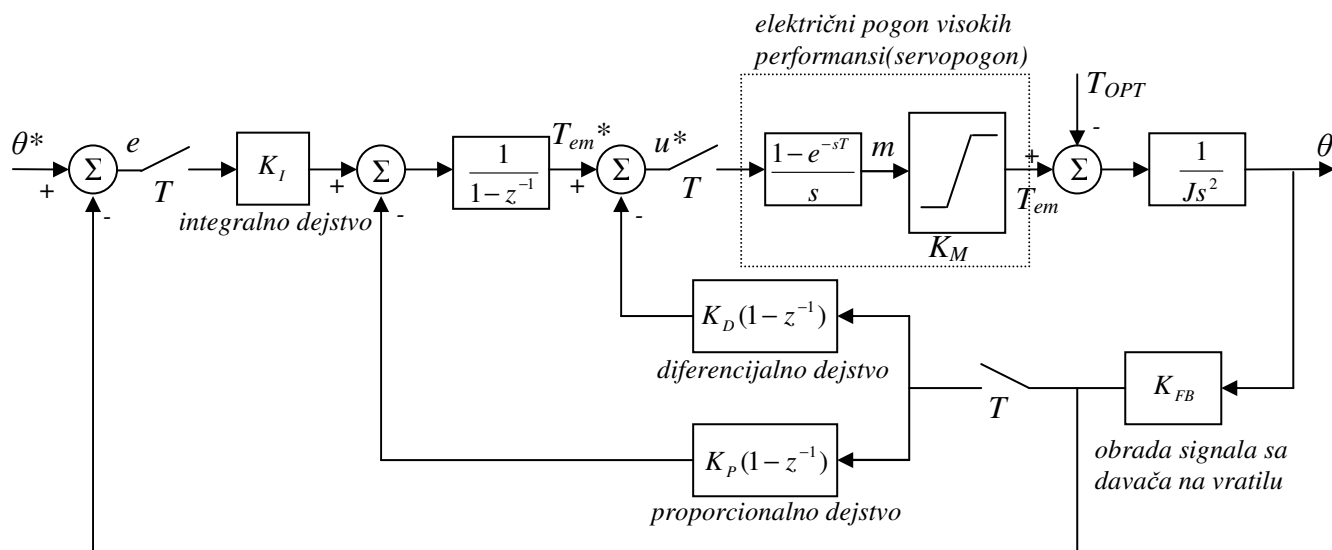
Poglavlje 2 sadrži sledeća podpoglavlja:

2.1	Struktura sistema za upravljanje kretanjem .....	6
2.1	Komponente brzinskog servomehanizma .....	7
2.2	Mehanički podsistem .....	9
2.3	Električni podsistem .....	13
2.4	Davač .....	16
2.5	Blok za merenje brzine .....	21
2.6	Regulator brzine .....	23
2.7	Optimalno podešavanje parametara regulatora brzine .....	29

## 2.1 Struktura sistema za upravljanje kretanjem

Alat, predmet obrade ili robot može da se kreće po nekoliko osa, tj. ima nekoliko stepeni slobode. Za svaki stepen slobode se zadaje trajektorija, a ukupno kretanje se ostvaruje tako što se one istovremeno prate. Svaka osa mora da ima svoju upravljačku strukturu, i svoj algoritam za upravljanje, koji obezbeđuju praćenje zadate trajektorije uz što manju grešku i što veći propusni opseg.

Struktura sistema za upravljanje kretanje po jednoj osi je prikazana na slici 1.



Slika 1. Struktura sistema za upravljanje pozicijom jedne ose

Struktura sistema ima unutrašnju regulacionu konturu i spoljašnju regulacionu konturu.

Unutrašnja kontura je održava pokretački moment na željenoj vrednosti, i određena je vrstom motora i pogonskog pretvarača. S obzirom da je vreme odziva momenta u ovoj konturi zanemarljivo u odnosu sa vreme odziva brzine i pozicije, unutrašnja regulaciona kontura najčešće može da se modeluje kao blok sa statičkim pojačanjem  $K_M$ , pri čemu moment na njenom izlazu može imati konačno velike vrednosti.

Spoljašnja kontura reguliše poziciju, brzinu i ubrzanje delova mehaničkog podsistema, i određena je vrstom radne mašine i načina kretanja koje pomoću nje treba ostvariti. U ovoj konturi servomotor predstavlja izvršni organ koji na vratilu daje željeni pokretački moment.

Na slici 1. je prikazana struktura sistema za upravljanje pozicijom jedne ose sa PID regulatorom. Izmeštanjem diferencijalnog i proporcionalnog dejstva u povratnu granu izbegava se nagli skok upravljačke promenljive  $T_{em}^*$  pri dejstvu poremećaja na ulazu.

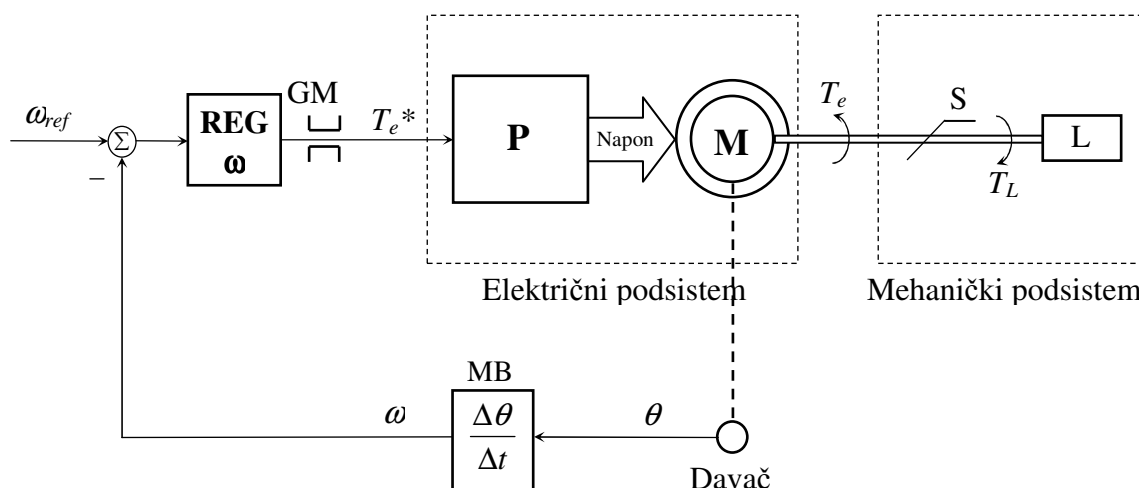
U vežbi se razmatra brzinski servosistem sa PI regulatorom. Njegove komponente su detaljno razmatrane u narednim poglavljima.

## 2.2 Komponente brzinskog servomehanizma

Brzinski servomehanizam je regulacioni sistem sa zatvorenom povratnom spregom po brzini koji za izvršni organ koristi električnu mašinu. Njegov zadatak je da obezbedi visoko kvalitetno upravljanje brzinom električne mašine u svim radnim režimima. Pod time se podrazumeva upravljanje koje obezbeđuje željeni karakter brzine u prelaznom režimu, veliku tačnost u ustaljenom stanju i malu osetljivost regulisane brzine na dejstvo poremećaja. Brojne su primene koje zahtevaju ovakvu vrstu kontrole. U industriji, brzinski servomehanizmi se koriste kao izvršni organi u alatnim mašinama, robotskim mehanizmima, manipulatorima, pokretnim trakama, sistemima za grejanje, ventilaciju i klimatizaciju.

Strukturni blok dijagram digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma prikazana je na slici 1. Čine ga:

- **Mehanički podsistem:** električna mašina(M) koja je elastičnom spojnicom(S) kuplovana sa opterećenjem(L) – najčešće sistem obrtnih masa;
- **Električni podsistem:** pogonski pretvarač(P) i električna mašina kao aktuator elektromagnetnog momenta;
- **Davač(D):** senzor za merenje položaja;
- **Blok za merenje brzine (MB);**
- **Regulator brzine (REG)** sa ograničavačem referentnog momenta (GM).



Slika 2. Strukturni blok dijagram digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma.

Nomenklatura:

- $\omega_{ref}$  - referentna brzina;
- $T_e^*$  - referentni moment;
- $T_e$  - izlazni moment električne mašine;
- $T_L$  - moment opterećenja;
- $\theta$  - položaj vratila električne mašine;
- $\omega$  - ugaona brzina obrtanja vratila električne mašine.



Pogonski pretvarač (P) generiše napon na priključnim krajevima električne mašine (M) tako da izlazni moment  $T_e$  sledi zadati referentni ulaz  $T_e^*$ . Preko elastične spojnice (S), izlazni moment  $T_e$  se prenosi do opterećenja gde izaziva obrtno kretanje sistema obrtnih masa (L). Pomoću davača (D) meri se položaj osovine motora  $\theta$ . U bloku za merenje brzine (MB), ova informacije se koristi za procenu ugaone brzine  $\omega$ . U diskriminatoru greške, referentna ulaz  $\omega_{ref}$  se poredi sa procenjenom brzinom  $\omega$ . Dobijeni signal greške vodi se na ulaz regulatora (REG) čije je zadatak da generiše referentni moment  $T_e^*$  tako da regulisana brzina prati referentni ulaz.

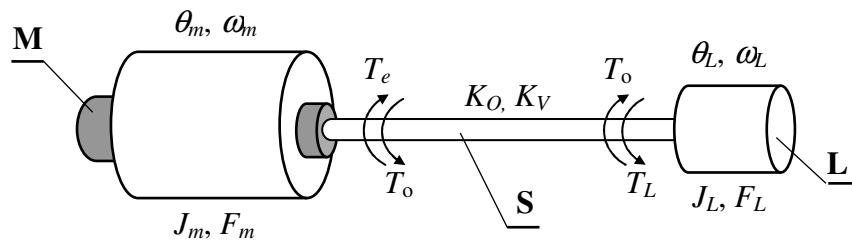
U poglavljima koja slede, izlaže se princip rada komponenti digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma uz osvrt na nesavršenosti koje će biti modelovane i uvažene prilikom izbora parametara regulatora brzine.

## 2.3 Mehanički podsistem

Mehanički podsistem brzinskog servomehanizma čine:

- Električna mašina (M);
- Elastična spojnica (S);
- Opterećenje (L)-najčešće sistem obrtnih masa.

Bez gubitka u opštosti može se uzeti da je spojnica (S)-relativno duga osovina konačne krutosti  $K_O$ , i koeficijenta viskoznog trenja  $K_V$ . U tom slučaju, mehanički podsistem sa elastičnom spojnicom ima izgled kao na sl. 3.



Slika 3. Mehanički podsistem sa elastičnom spojnicom.

Nomenklatura:

- |                      |  |
|----------------------|--|
| $J_m, F_m$           | - moment inercije i frikcija električne mašine;                          |
| $\omega_m, \theta_m$ | - ugaona brzina obrtanja i pozicija vratila na strani električne mašine; |
| $T_O$                | - moment osovine;  |
| $\omega_L, \theta_L$ | - ugaona brzina obrtanja i pozicija vratila na strani opterećenja;       |
| $J_L, F_L$           | - moment inercije i frikcija opterećenja;                                |
| $T_L$                | - moment opterećenja.  |
| $K_O$                | - koeficijent krutosti osovine;  |
| $K_V$                | - koeficijent viskoznog trenja.  |

### 2.3.1 Modelovanje mehaničkog podsistema u SIMULINK-u

Mehanički podsistem prikazan na sl. 2 može se opisati sistemom jednačina:

$$J_m \ddot{\theta}_m = T_e - F_m \omega_m - T_O, \quad (1)$$

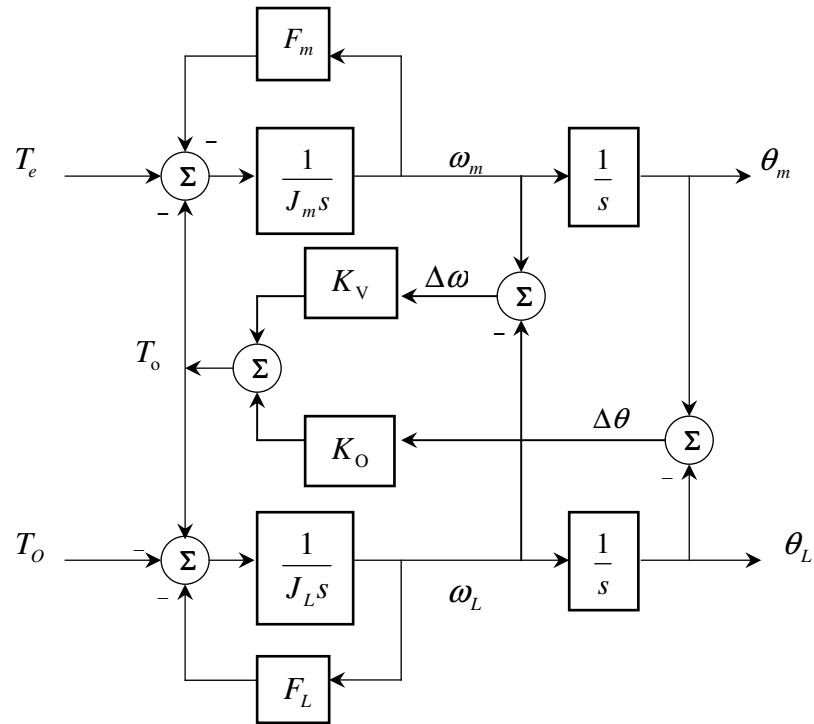
$$J_L \ddot{\theta}_L = T_O - F_L \omega_L - T_L, \quad (2)$$

$$T_O = K_O \cdot (\theta_m - \theta_L) + K_V (\omega_m - \omega_L) \quad (3)$$

gde su:

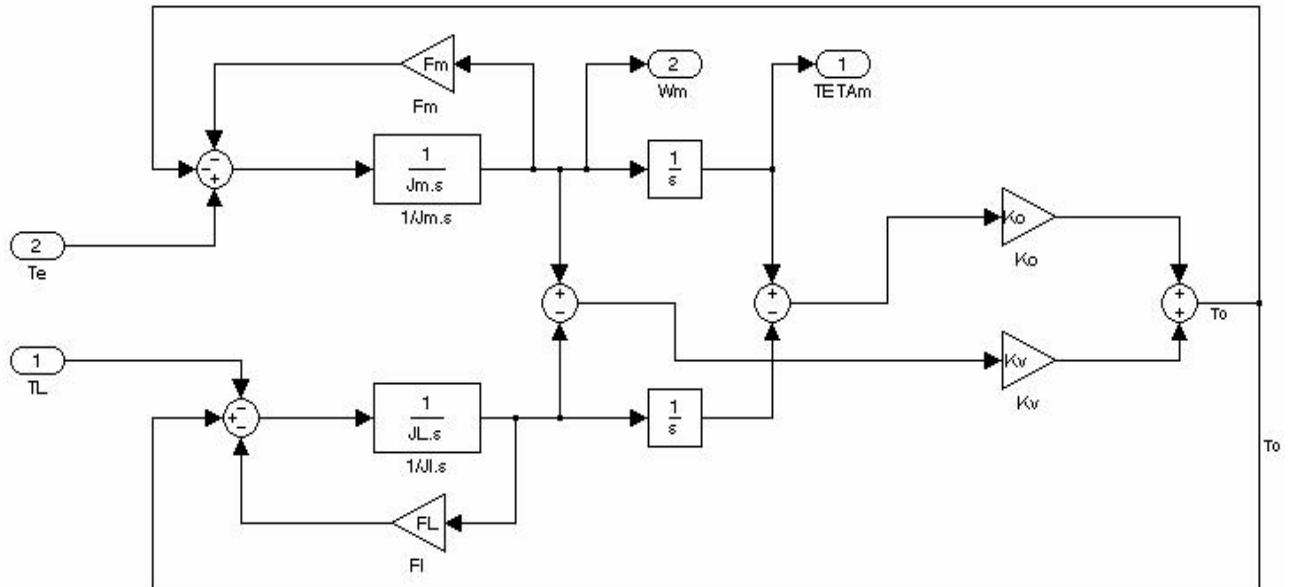
$$\omega_m = \dot{\theta}_m \text{ i } \omega_L = \dot{\theta}_L \quad (4)$$

Moment osovine  $T_O$  na strani električne mašine (M) deluje kao opteretni moment a na strani opterećenja (L), kao pokretački moment. Jednačinama (1)-(4) u s-domenu odgovara struktura prikazana na sl. 4.



Slika 4. Model mehaničkog podsistema sa elastičnom spojnicom.

Strukturi na sl. 4 odgovara SIMULINK model prikazan na sl.4a.



Slika 4a. SIMULINK model mehaničkog podsistema sa elastičnom spojnicom.

Funkcija prenosa mehaničkog podsistema sa sl.4, od ulaza  $T_e$  do izlaza  $\theta_m$  pri  $T_L = 0$ , data je izrazom:

$$\frac{\theta_m}{T_e}(s) = \frac{J_L s^2 + (F_L + K_V)s + K_O}{J_m J_L s^4 + [J_m F_L + J_L F_m + K_V(J_m + J_L)]s^3 + [(J_m + J_L)K_O + (F_m + F_L)K_V + F_m F_L]s^2 + K_O(F_m + F_L)s} \quad (5)$$

Ako se zanemari trenje ( $F_m = F_L = 0$ ), izraz (5) postaje:

$$\frac{\theta_m}{T_e}(s) = \frac{1}{(J_m + J_L)s^2} \cdot \frac{1 + \frac{K_V}{K_O}s + \frac{J_L}{K_O}s^2}{1 + \frac{K_V}{K_O}s + \frac{J_m J_L}{K_O(J_m + J_L)}s^2} \quad (6)$$

Funkcija prenosa (6) poseduje par konjugovano-kompleksnih polova:

$$p_{1,2} = -\frac{K_V(J_m + J_L)}{2J_m J_L} \pm j \sqrt{\frac{K_O(J_m + J_L)}{J_m J_L} - \left(\frac{K_V(J_m + J_L)}{2J_m J_L}\right)^2} \quad (7a)$$

i par konjugovano-kompleksnih nula:

$$z_{1,2} = -\frac{K_V}{2J_L} \pm j \sqrt{\frac{K_O}{J_L} - \left(\frac{K_V}{2J_L}\right)^2} \quad (7b)$$

Koeficijent viskoznog trenja je obično veoma mali ( $K_V \sim 10^{-3} [Nms / rad]$ ), tako da su i polovi i nule slabo prigušeni.

To ukazuje na mogućnost pojave slabo prigušenih oscilacija u trenucima zadavanja nove vrednosti referentnog momenta. Ova pojava je posebno izražena kod brzinskih servomehanizama koji za spregu sa opterećenjem koriste relativno duge osovine i ima izrazito negativno dejstvo na performanse servo pogona.

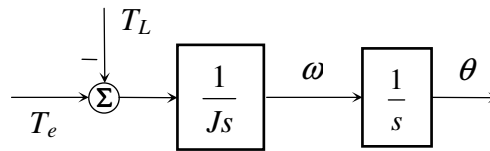
U slučaju kada je osovina kratka i kada se viskozno trenje može zanemariti, funkcija prenosa (6) se svodi na idealan slučaj ( $K_O \rightarrow \infty, K_V = 0$ ):

$$\frac{\theta_m}{T_e}(s) = \frac{1}{(J_m + J_L)s^2} = \frac{1}{Js^2} \quad (8)$$

gde je  $J = J_m + J_L$ , ukupna inercija električne mašine i opterećenja.

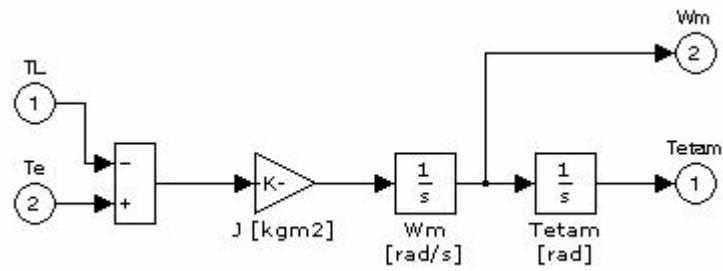
U opštem slučaju, J uključuje inerciju svih obrtnih delova mehaničkog podsistema.

Izrazu (8) odgovara struktura prikazana na sl.5.



Slika 5. Model mehaničkog podsistema sa krutom spojnicom.

Strukturi na sl. 5 odgovara SIMULINK model prikazan na sl. 5a.



Slika 5a. SIMULINK model mehaničkog podsistema sa krutom spojnicom.

## 2.4 Električni podsistem

Električni podsistem brzinskog servomehanizma čine (Slika 1.):

- Pogonski pretvarač (P);
- Električna mašina (M) kao aktuator elektromagnetnog momenta.

Pogonski pretvarač (P) generiše napon na priključnim krajevima električne mašine (M) tako da izlazni moment  $T_e$  sledi referentni ulaz  $T_e^*$ . Sa aspekta brzinske petlje, poželjno je da odskočni odziv izlaznog momenta  $T_e$  ima što bržu usponsku ivicu i što manje transportno kašnjenje. Na taj način, minimiziraju se negativni efekti konačne brzina odziva električnog podsistema na dinamiku brzinske petlje.

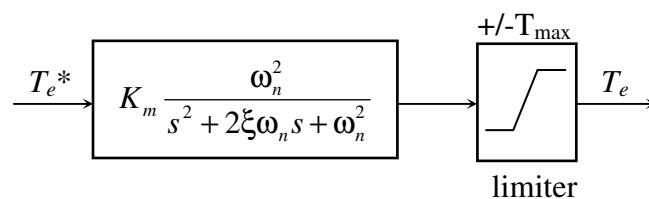
### 2.4.1 Modelovanje električnog podsistema u SIMULINK-u

Brza usponska ivica i malo transportno kašnjenje odlike su električnog podsistema čija funkcija prenosa poseduje par dominantnih konjugovano-kompleksnih polova, malog faktora prigušenja  $\xi$  i velike neprigušene učestanosti  $\omega_n$ . U tom slučaju, funkcija prenosa električnog podsistema data je izrazom:

$$\frac{T_e(s)}{T_e^*(s)} = K_m \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (9)$$

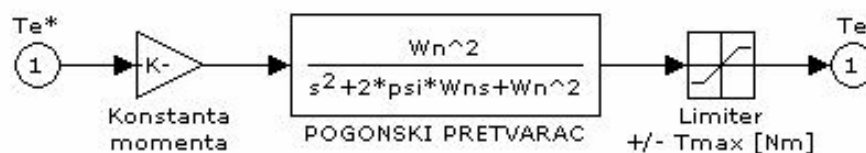
gde je  $K_m$ , konstanta momenta.

U nelinearnom režimu rada brzinske petlje, koji nastaje kada pogonski pretvarač (P) uđe u zasićenje usled strujnog limita, vrednost izlaznog momenta  $T_e$  se ograničava na  $\pm T_{\max}$ . Izrazu (9) odgovara struktura prikazana na sl. 6.



Slika 6. Model električnog podsistema.

Strukturi na sl. 6 odgovara SIMULINK model prikazan na sl. 6a:



Slika 6a. SIMULINK model električnog podsistema

### 2.4.2 Kašnjenje električnog podsistema

Funkciji prenosa (9) pridruženo je kašnjenje koje treba uvažiti prilikom strukturne sinteze brzinske petlje i pri izboru parametara regulatora brzine. U suprotnom, u odzivu regulisane brzine pojaviće se neželjeni prebačaji, a sistem će zbog smanjene margine stabilnosti, postati osetljiv da dejstvo poremećaja (momenta opterećenja).

U prvoj aproksimaciji, funkcija prenosa električnog podsistema može se modelovati vremenskim kašnjenjem prvog reda

$$\frac{T_e(s)}{T_e^*(s)} \cong \frac{K_m}{1 + s\tau_e}, \quad (10a)$$

gde je  $\tau_e$ , dominantna vremenska konstanta električnog podsistema data izrazom

$$\tau_e \leq \frac{1}{\xi\omega_n}. \quad (10b)$$

Izbor dominantne vremenske konstante  $\tau_e$  se obavlja na sledeći način:

Dominantna vremenska konstanta  $\tau_e$  bira se tako da kašnjenje odskočnog odziva električnog podsistema i odskočnog odziva modela prvog reda bude jednako.

Podsetimo, vreme kašnjenja je vreme za koje odskočni odziv posmatranog sistema dostigne 50% svoje nominalne vrednosti.

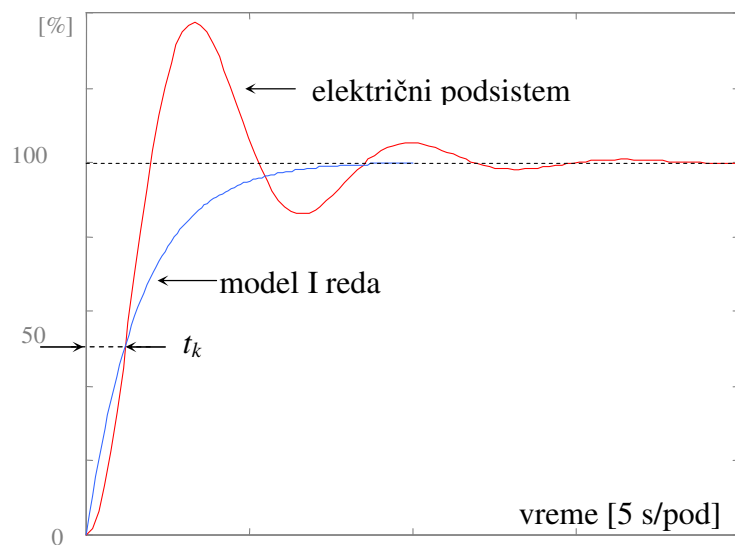
Naredna računarska simulacija ilustruje efekte modelovanja dinamike električnog podsistema. Na sl. 7 prikazani su:

- odskočni odziv električnog podsistema (9) sa parametrima:

$$K_m = 1; \xi = 0.3 \text{ i } \omega_n = 1 \text{ rad/s};$$

- odskočni odziv modela prvog reda (10) sa parametrima:

$$K_m = 1 \text{ i } \tau_e \cong \frac{1}{(2\xi\omega_n)} \cong 1.7 \text{ s}.$$



Slika 7. Odskočni odziv električnog podsistema ( $\xi = 0.3$ ,  $\omega_n = 1$  rad/s) i modela prvog reda ( $\tau_e = 1.7$  s).

Treba uočiti da je vreme kašnjenja  $t_k$  odskočnog odziva električnog podsistema i odskočnog odziva modela prvog reda jednako. U proceduri optimalnog podešavanja parametara regulatora brzine (Poglavlje 3.7), usvojeni model obezbeđuje striktnu aperiodičnost regulisane brzine. Manje vrednosti dominantne vremenske konstante  $\tau_e$  za posledicu imaju propusni opseg brzinske petlje koji "vidi" prebačaje električnog podsistema i odziv brzine koji nije striktno aperiodičan. Veće vrednosti za posledicu imaju odziv brzine koji je nepotrebno spor.



## 2.5 Davač

Brzinski servomehanizmi visokog kvaliteta dinamičkog ponašanja zahtevaju senzore za merenje položaja-davače velike preciznosti. U praksi se najčešće koriste dva tipa davača:

- Optički enkoder (apsolutni ili inkrementalni);
- Elektromagnetni rezolver sa sinhrokonvertorom.

### 2.5.1 Optički enkoder

Kod *apsolutnih optičkih enkodera*, položaj osovine motora se dobija neposrednim očitavanjem kodovane pozicije sa diska. Za kodovanje se najčešće koristi Grayov ili binarno ciklični kod u kome se kodovane vrednosti bilo koja dva susedna broja razlikuju samo u jednom bitu. Na ovaj način, smanjuje se greška u detekciji ugla koja može biti najviše jedan priraštaj detektovane veličine. Detektovana vrednost se pre dovođenja u procesor mora prevesti iz binarno cikličnog u običan binarni kod.

*Inkrementalni optički enkoder* opremljen je prozračnim diskom na kome su gusto naneti neprozračni ekvidistantni markeri. Za očitavanje markera koristi se svetlosni detektor. U toku obrtanja diska, svetlosni detektor generiše povorku impulsa koja služi kao takt za punjenje dvosmernog brojača. Svakom impulsu inkrementalnog enkodera odgovara priraštaj ugla od jednog kvanta. Na taj način, pri svakom očitavanju, u brojaču se nalazi digitalni ekvivalent inkrementa pozicije. Sabiranjem sukcesivnih vrednosti brojača dobija se digitalni ekvivalent pozicije koja se meri.

Prednosti inkrementalnog u odnosu na apsolutni optički enkoder su brojne pa se on po pravilu koristi kao davač u servomehanizmima visokog kvaliteta dinamičkog ponašanja. Pre svega, rezolucija merenja položaj je znatno veća i ograničena je samo širinom prozirnih zazora na disku. Na dašnjem tehnološkom nivou, rezolucija merenja položaja kod većine inkrementalnih optičkih enkodera iznosi 10 ili 12 bita. Takođe, impulsi koji stižu sa enkoderskih faza mogu se uz upotrebu capture-compare brojačkog sistema u digitalnom kontroleru upotrebiti za realizaciju naprednih metoda merenja brzine.

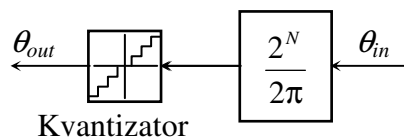
### 2.5.2 Modelovanje optičkog enkodera u Simulink-u

Proces pretvaranja kontinualne pozicije u njen digitalni ekvivalent u enkoderu može smatrati trenutnim zbog velike brzine rada diskretnih elektronskih kola. Otuda je za model optičkog enkodera opravdano uzeti prenosni odnos

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{in}}(s) = K_n = \frac{2^N}{2\pi}, \quad (11)$$

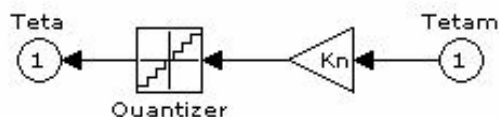
gde je N je broj bita brojača.

Izrazu (11) odgovara struktura prikazan na sl. 8.



Slika 8. Model optičkog enkodera.

Strukturi na sl. 8 odgovara SIMULINK model prikazan na sl. 8a.



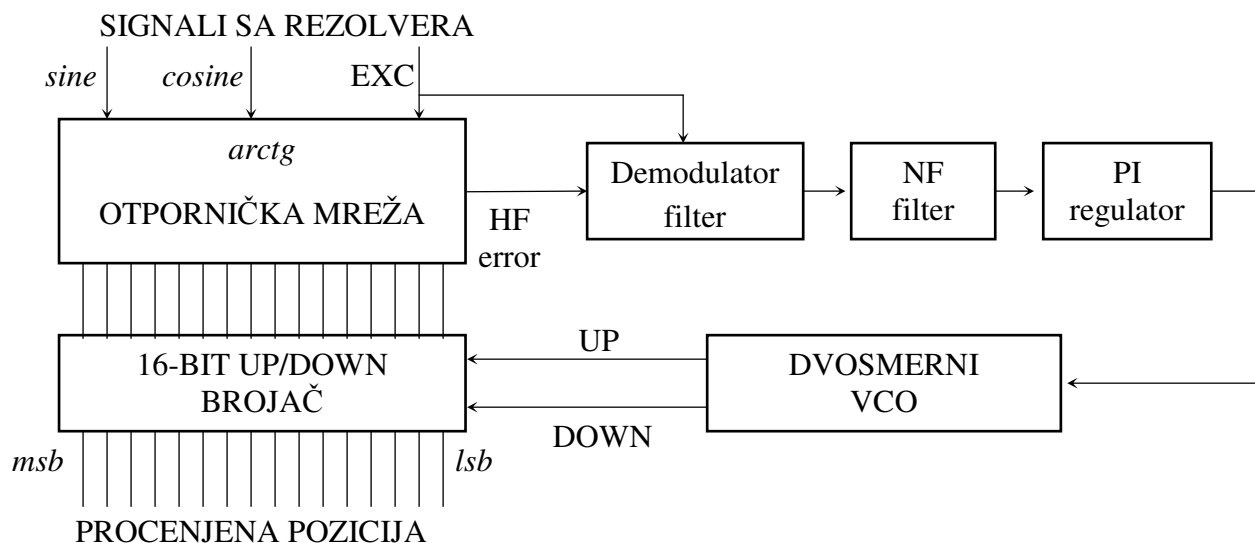
Slika 8a. SIMULINK model optičkog enkodera.

**Napomena:** U slučaju optičkog enkodera (sl. 8a), blok Quantizer uzima vrednost 1.

### 2.5.3 Elektromagnetni rezolver sa sinhro-konvertorom

Industrijsko okruženje davača često podrazumeva prisustvo uljnih para, prašine, mahaničkih vibracija i povišene temperature, što onemogućava upotrebu optičkih enkodera. U takvom okruženju, za davač redovno se bira robusni elektromagnetni rezolver sa sinhrokonvertorom.

Elektromagnetni rezolver ima formu električne mašine koja uključuje obrtni transformator i detekcioni komplet kojeg čine SINE i COSINE detekcioni namotaji. Prilikom obrtanja osovine motora, usled visokofrekventne pobude na rotoru (EXC), na detekcionim namotajima se indukuju analogni naponi sine i cosine. Amplitude i faze ovih napona sadrže informaciju o položaju osovine motora. Primenom ratiometrijske metode, u sinhrokonvertoru se na osnovu sine i cosine signala dobija procenjena pozicija u digitalnom obliku. Procenjena pozicija se nalazi u dvosmernom brojaču (sl. 9) u obliku digitalne reči sa 10-, 12- 14- ili 16-bitnom tačnošću.



Slika 9. Principijelni blok dijagram sinhro-konvertora.

Otpornička arctg mreža na ulazu je tako organizovana da se na njenom izlazu pojavljuje visokofrekventni signal greške (HF error). Ova greška je proporcionalna razlici između stvarne i procenjene pozicije koja se u digitalnom obliku nalazi u brojaču. Visokofrekventni signal greške se prvo demoduliše a zatim propušta kroz niskopropusni filter radi čišćenja od visokih učestanosti. Dobijeni analogni signal je proporcionalan razlici stvarne i procenjene pozicije i kao takav uvodi se u regulator. Signal dobijen na izlazu iz regulatora vodi se na ulaz dvosmernog naponski kontrolisanog oscilatora (VCO). Impulsi generisani na izlazu VCO konvertora (UP/DOWN) služe kao takt za punjenje 16-bitnog brojača, čime se obezbeđuje da procenjena pozicija sledi stvarni položaj osovine motora.

## 2.5.4 Modelovanje sinhro-konvertora u SIMULINK-u

Funkcija prenosa sinhrokonvertora od kontinualnog ulaza  $\theta_{in}$  do digitalnog izlaza  $\theta_{out}$  glasi (*Analog Devices, 2S82 R/D converter*)

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{in}}(s_n) = K_n \frac{14(1 + s_n)}{(s_n + 2.4)(s_n^2 + 3.4s_n + 5.8)}, \quad (12a)$$

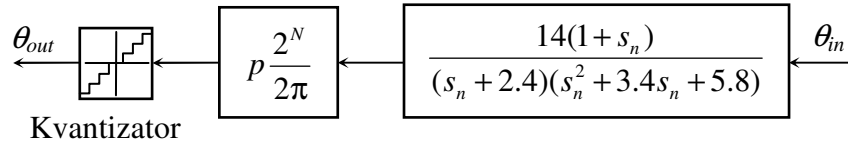
gde je  $K_n$ , prenosni odnos sinhrokonvertora:

$$K_n = p \frac{2^{16}}{2\pi} \quad (\text{p-broj pari polova rezolvera}) \quad (12b)$$

i gde je  $s_n$ , operator s-domena normalizovan u odnosu na graničnu učestanost propusnog opsega sinhrokonvertora  $f_{bw}[Hz]$ :

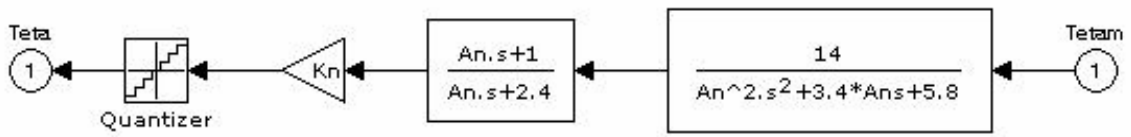
$$s_n = \frac{2}{\pi \cdot f_{bw}} s = A_n s. \quad (12c)$$

Izrazu (12) odgovara struktura prikazana na sl. 10.



Slika 10. Model sinhrokonvertora.

Strukturi na sl. 10 odgovara SIMULINK model prikazan na sl. 10a.



Slika10a. SIMULINK model sinhrokonvertora.

**Napomena:** U slučaju sinhrokonvertora (sl. 10a), blok Quantizer uzima vrednost  $2^{(16-N)}$ , gde je N-rezolucija merenja položaja sinhrokonvertorom.

### 2.5.5 Kašnjenje sinhro-konvertora

Funkciji prenosa (12) pridruženo je kašnjenje koje treba uvažiti prilikom strukturne sinteze brzinske petlje i pri izboru parametara regulatora brzine. U suprotnom, u odzivu regulisane brzine pojaviće se neželjeni prebačaji, a sistem će zbog smanjene margine stabilnosti, postati osetljiv da dejstvo poremećaja (momenta opterećenja).

U prvoj aproksimaciji, kašnjenje sinhro-konvertora može se modelovati vremenskim kašnjenjem prvog reda

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{in}}(s_n) \cong \frac{K_n}{1 + \tau_{rd}s}, \quad (13a)$$

gde je  $\tau_{rd}$  dominantna vremenska konstanta sinhrokonvertora data izrazom

$$\tau_{rd}[s] \cong \frac{1}{3f_{bw}[\text{Hz}]}. \quad (13b)$$

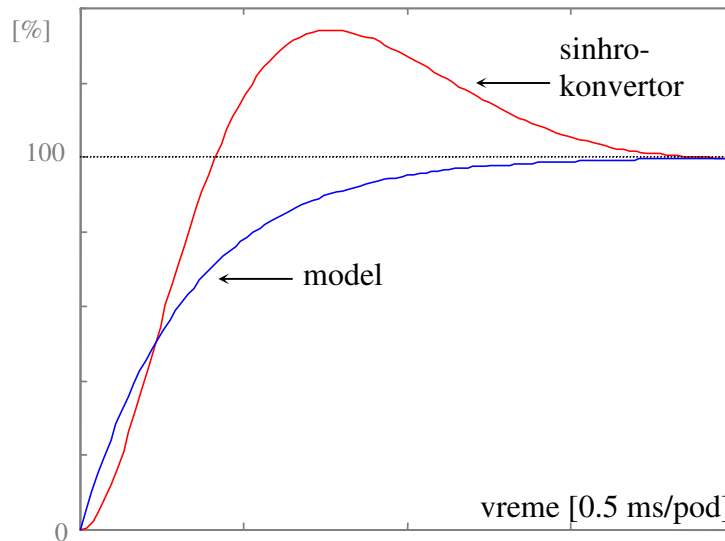
Naredna računarska simulacija ilustruje efekte modelovanja dinamike sinhro-konvertora. Na sl. 11 prikazani su:

- odskočni odziv sinhrokonvertora (12) sa parametrima:

$$K_n = 1, f_{bw} = 1\text{kHz};$$

- odskočni odziv modela prvog reda (13) sa parametrima:

$$K_n = 1, \tau_{rd} = \frac{1}{3} ms.$$



Slika 11. Odskočni odziv sinhrokonvertora ( $f_{bw} = 1 \text{ kHz}$ ) i modela prvog reda ( $\tau_{rd} = 1/3 \text{ ms}$ )

Treba uočiti da je vreme smirenja odskočnog odziva sinhrokonvertora i odskočnog odziva modela prvog reda jednako. U proceduri optimalnog podešavanja parametara regulatora brzine (Poglavlje 3.7), usvojeni model obezbeđuje striktnu aperiodičnost regulisane brzine. Manje vrednosti dominantne vremenske konstante  $\tau_{rd}$  za posledicu imaju propusni opseg brzinske petlje koji "vidi" prebačaj sinhrokonvertora i odziv brzine koji nije striktno aperiodičan. Veće vrednosti za posledicu imaju odziv brzine koji je nepotrebno spor.

## 2.6 Blok za merenje brzine

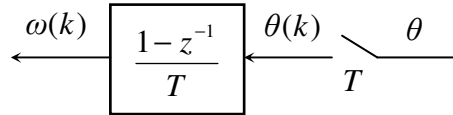
U digitalno regulisanom brzinskom servomehanizmu, informacija o brzini obrtanja vratila električne mašine dobija se posrednim putem. Prvi i najčešće korišćeni metod merenja brzine je diferencija pozicije. Pomoću davača (D) meri se položaj vratila električne mašine (EM) pa se primenom diferencije pozicije, u diskretnim intervalima sa periodom T, brzina određuje kao

$$\omega(k) = \frac{\theta(k) - \theta(k-1)}{T}. \quad (14)$$

Primenom Z-transformacije, jednačina (14) postaje

$$\omega(z) = \frac{1 - z^{-1}}{T} \theta(z). \quad (15)$$

Izrazu (15) odgovara struktura prikazana na sl. 12.



Slika 12. Model bloka za merenje brzine.

Zbog visokopropusnog karaktera prvog izvoda, diferencija pozicije jako je osetljiva na kvantovanje pozicije u davaču. Kao rezultat, procenjena brzina na izlazu iz bloka za merenje brzine može uzimati samo vrednosti iz skupa

$$\omega(k) = n \cdot \Delta\omega, \quad (n \text{ ceo broj}) \quad (16a)$$

gde je  $\Delta\omega$ , kvant brzine dat izrazom

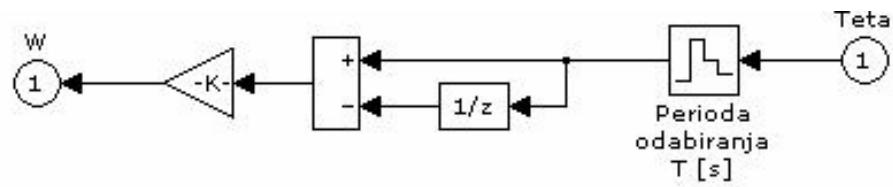
$$\Delta\omega[\text{rad/s}] = \frac{\Delta\theta}{T} = \frac{2\pi}{2^N T}. \quad (16b)$$

Kao posledica jednačina (16), u pokretačkom momentu se javljaju valovitost koja ima izrazito negativno dejstvo na performanse servo pogona. Peak-to-peak vrednost ovih oscilacija, za slučaj PI regulatora brzine sa sl. 14a, može se proceniti iz izraza

$$\Delta m[\text{Nm}] \cong (K_p + K_i) K_n \Delta\omega \quad (17)$$

### 2.6.1 Modelovanje bloka za merenje brzine u SIMULINK-u

Strukturi na sl. 12 odgovara SIMULINK model prikazan na sl.12a.



Slika 12a. SIMULINK model bloka za merenje brzine.

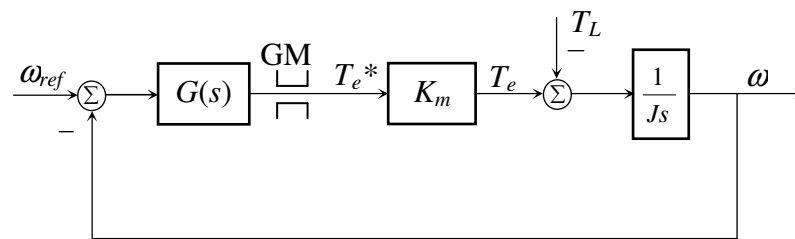
## 2.7 Regulator brzine

U brojnim primenama brzinskog servomehanizma, zahteva se da je pri konstantnom referentnom ulazu, statička greška brzine nula, da ne postoji uticaj konstantnog momenta opterećenja na tačnost brzine u stacionarnom stanju i da je odziv brzine na odskočnu pobudu striktno aperiodičan sa što kraćim vremenom smirenja.

Prva dva zahteva koja se odnose na tačnost regulisane brzine u stacionarnom stanju biće ostvarena izborom odgovarajuće strukture regulatora brzine.

### 2.7.1 Izbor upravljačke strukture regulatora brzine

Uprošćeni model brzinske petlje relevantan za izbor upravljačke strukture regulatora brzine prikazan je na sl. 13. Jednostavnosti radi, uzima se da je sprega električne mašine i opterećenja kruta i da nema kašnjenja u električnom podsistemu. U modelu na sl. 13,  $G(s)$  označava funkciju prenosa regulatora brzine čiju strukturu treba odrediti.



Slika 13. Uprošćeni model brzinske regulacione petlje.

Regulacioni sistem na sl.12 poseduje samo jedan integracioni član (usled mehaničke inercije) pa u obzir dolazi razmatranje primene najjednostavnijeg, proporcionalnog (P) regulatora brzine sa funkcijom prenosa

$$G(s) = K_p. \quad (18)$$

Sa P-regulatorom, funkcija spregnutog kontinualnog prenosa od referentnog ulaza  $\omega_{ref}$  i poremećaja  $T_L$  do izlaza  $\omega$  glasi:

$$\omega(s) = \frac{CK_p}{s + CK_p} \omega_{ref}(s) - \frac{1}{J} \frac{1}{s + CK_p} T_L(s), \quad (19)$$

gde je  $C = K_m/J$ , sintetički koeficijent kojim su obuhvaćeni parametri električnog i mehaničkog podsistema. Reč je o sistemu prvog reda sa vremenskom konstantom  $1/CK_p$ , što znači da se svaka prelazna pojava, potaknuta bilo od promene reference, bilo od promene opterećenja, odvija po jednostavnom eksponencijalnom zakonu. Međutim, ovaj sistem ne poseduje astatizam u odnosu na poremećaj što ukazuje na pojavu statičke greške u regulisanoj brzini kada na sistem deluje konstantan moment opterećenja.



Saglasno graničnoj teoremi Laplasove transformacije, stacionarna vrednost brzine u sistemu na sl.12 sa P-regulatorom, pri dejstvu konstantnog referentnog ulaza  $\omega_{ref}(t) = \omega_{ref}h(t)$  i konstantnog momenta opterećenja  $T_L(t) = T_Lh(t)$  data je izrazom:

$$\omega(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\omega(s)] = \omega_{ref} - \frac{T_L}{K_m K_p}, \quad (20)$$

a greška brzine:

$$e(\infty) = \omega_{ref} - \omega(\infty) = \frac{T_L}{K_m K_p}. \quad (21)$$

Saglasno izrazu (21), greška brzine  $e(\infty)$  se u dovoljnoj meri može smanjiti samo ako se pojačanje  $K_p$  učini velikim. Međutim, velikim vrednostima pojačanja  $K_p$  odgovara velika vrednost propusnog opsega brzinske petlje ( $2\pi f_{bw} = CK_p$ ), pa se može desiti da nemodelovana dinamika izvede sistem iz oblasti stabilnosti. Osim toga, velike vrednosti pojačanja  $K_p$  nije moguće realizovati bez posebnih praktičnih problema.

Statička greška brzine se u potpunosti može eliminisati ako se za regulaciju brzine koristi regulator sa proporcionalno-integralnim (PI) dejstvom funkcije prenosa

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s}, \quad (22)$$

gde su  $K_p$  i  $K_i$ , pojačanja P- i I-dejstva, respektivno.

Sa PI-regulatorom, funkcija spregnutog kontinualnog prenosa od referentnog ulaza  $\omega_{ref}$  i poremećaja  $T_L$  do izlaza  $\omega$  glasi:

$$\omega(s) = \frac{CK_p s + CK_i}{f_{PI}(s)} \omega_{ref}(s) - \frac{1}{J} \frac{s}{f_{PI}(s)} T_L(s), \quad (23a)$$

gde je  $f_{PI}(s)$  fPI(s), karakteristični polinom dat izrazom:

$$f_{PI}(s) = s^2 + CK_p s + CK_i. \quad (23b)$$

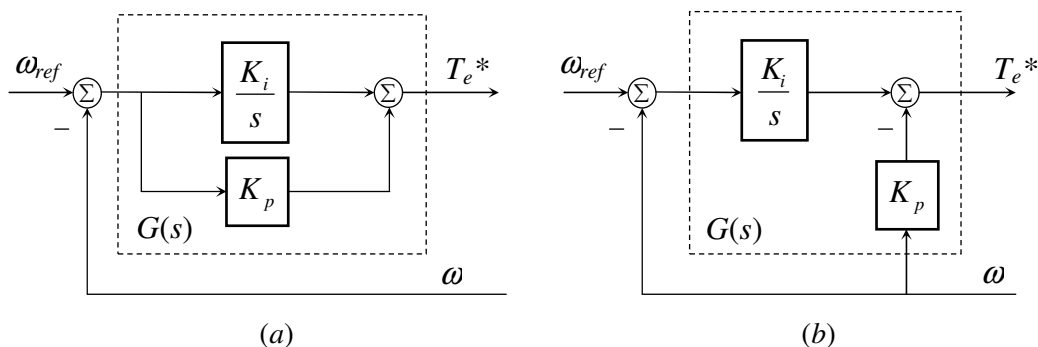
Sistem na sl.12 sa PI-regulatorom poseduje potreban red astatizma u odnosu na konstantan poremećaj, pa je saglasno graničnoj teoremi Laplasove transformacije, stacionarna vrednost brzine:

$$\omega(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} [s\omega(s)] = \omega_{ref}, \quad (24)$$

a greška brzine:

$$e(\infty) = \omega_{ref} - \omega(\infty) = 0. \quad (25)$$

Dakle, PI-regulator omogućava praćenje konstantnog referentnog ulaza bez statičke greške i u slučaju kada na sistem deluje konstantan ili sporopromenljivi moment opterećenja. Eliminacija prebačaja: Postojanje konačne nule u funkciji prenosa (23a) ukazuje da sa rednim PI regulatorom nije moguće postići striktno aperiodičan odziv, već da će u odzivu brzine biti prisutan i prebačaj. Prebačaj brzine se može izbeći malom modifikacijom PI regulatora kao što je prikazano na sl.14.



Slika 14. Modifikacija PI regulatora brzine pre modifikacije (a) i posle modifikacije (b).

Modifikacija se sastoji u izmeštaju P-dejstva regulatora brzine u povratnu spregu čime se eliminiše pomenuta konačna nula. Nakon modifikacije, funkcija spregnutog kontinualnog prenosa od referentnog ulaza  $\omega_{ref}$  i poremećaja  $T_L$  do izlaza  $\omega$  glasi:

$$\omega(s) = \frac{CK_i}{f_{PI}(s)} \omega_{ref}(s) - \frac{1}{J} \frac{s}{f_{PI}(s)} T_L(s). \quad (26)$$

Izmeštanjem P-dejstva, na putu signala greške sada se nalazi samo I-dejstvo. Na ovaj način, izbegava se nagli skok vrednosti referentnog momenta  $T_e^*$  u trenucima zadavanja nove vrednosti referentnog ulaza.

**Diskretizacija:** Diskretni oblik funkcije prenosa  $G(s)$  dobija se diskretizacijom odgovarajućeg analognog ekvivalenta sa sl. 13. Modifikovani PI regulator sa sl. 13(b) realizuje zakon upravljanja:

$$T_e^*(t) = K_i \int_0^t e(t) dt - K_p \omega(t), \quad (27)$$

gde je  $e(t) = \omega_{ref}(t) - \omega(t)$  signal greške.

Pri maloj periodu odabiranja  $T$ , diskretni ekvivalent zakonu upravljanja (27) može se dobiti aproksimacijom integrala – sumom pravougaonika širine  $T$  i visine  $e(iT)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots$ ). Tako se dobija:

$$T_e^*(k) = K_i T \sum_{i=0}^k e(i) - K_p \omega(k). \quad (28)$$

Prethodna jednačina predstavlja nerekurzivni digitalni PI zakon upravljanja. Sa aspekta programske realizacije, mnogo je pogodniji rekurzivni ili inkrementalni zakon upravljanja koji se dobija ako se najpre smenom  $k$  sa  $k-1$  u (28) odredi  $T_e^*(k-1)$  :

$$T_e^*(k-1) = K_i T \sum_{i=0}^{k-1} e(i) - K_p \omega(k-1), \quad (29)$$

pa zatim od jednačine (28) oduzme jednačina (29). Na taj način se dobija digitalni inkrementalni PI zakon upravljanja:

$$\Delta T_e^*(k) = K_i T e(k) - K_p [\omega(k) - \omega(k-1)], \quad (30a)$$

gde je

$$\Delta T_e^*(k) = T_e^*(k) - T_e^*(k-1). \quad (30b)$$

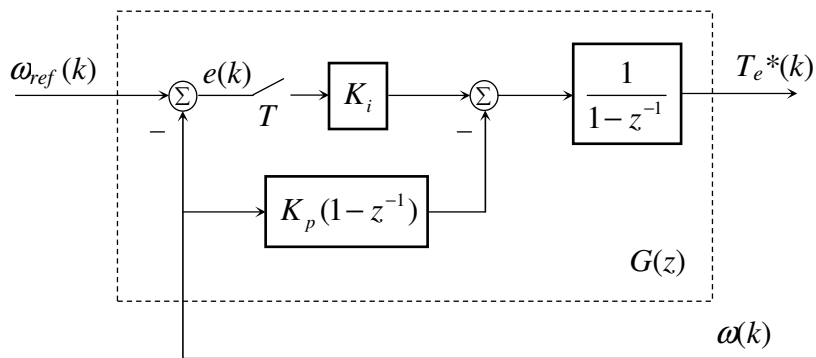
Primenom Z-transformacije, jednačine (30) postaju

$$\Delta T_e^*(z) = K_i E(z) - K_p (1 - z^{-1}) \Omega(z) \quad (31a)$$

$$\Delta T_e^*(z) = (1 - z^{-1}) T_e^*(z), \quad (31b)$$

gde  $K_p$  i  $K_i$  predstavljaju P- i I-dejstva digitalnog PI-regulatora brzine.

Zakonu upravljanja (31) odgovara struktura prikazana na sl.15.



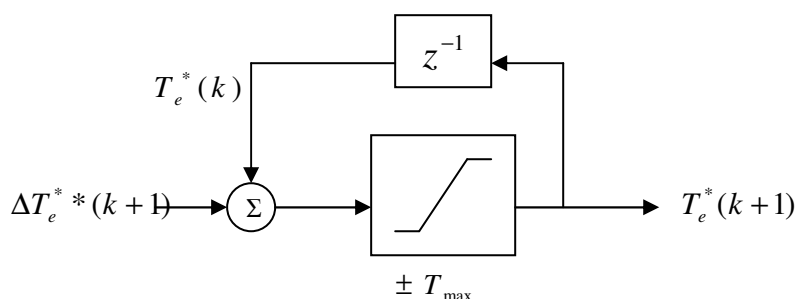
Slika 15. Digitalni PI regulator brzine u inkrementalnoj formi

Pri velikim vrednostima signala greške  $e(t) = \omega_{ref}(t) - \omega(t)$  vrednosti zadanog momenta  $T_e^*$  mogu da odvedu pogonski pretvarač u zasićenje ( $T_e = \pm T_{\max}$ ). Uvećanje sadržaja integratora

za vreme u kome je pokretački moment ograničen na  $\pm T_{\max}$  se naziva “navijanje” integratora (*wind-up*).

“Navijanje” integratora loše utiče na dinamička svojstva sistema jer izaziva oscilacije u prelaznom procesu.

Da bi se eliminisao proces “navijanja” integratora, potrebno je ograničiti vrednosti upravljačke promenljive na izlazu regulatora  $T_e^*$ , što se efikasno postiže korišćenjem Krikelisovog integratora (sl.16).

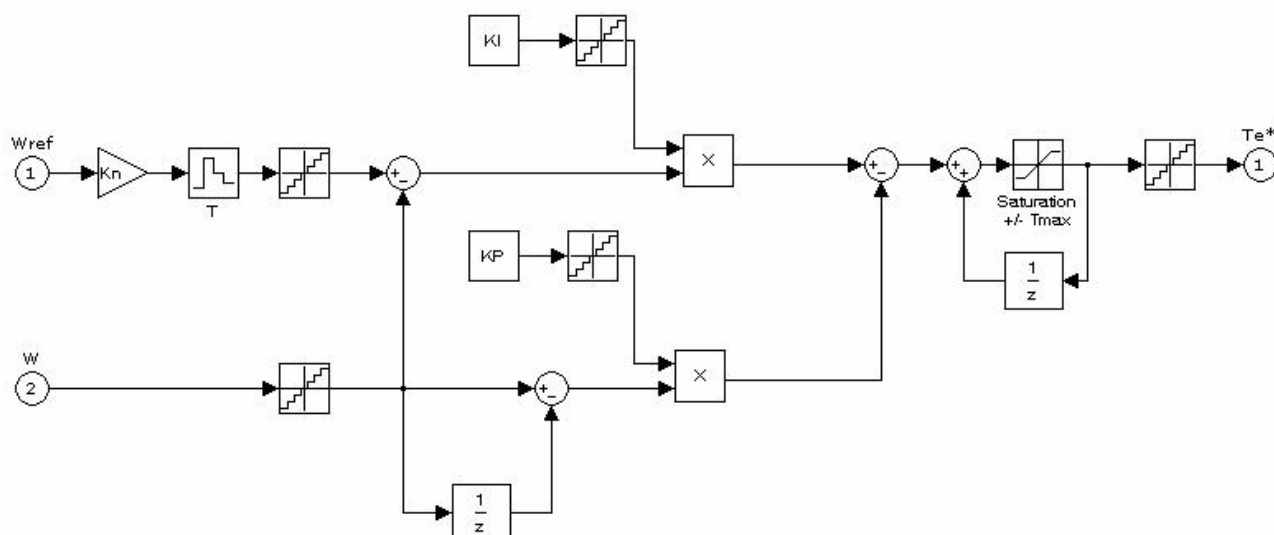


Slika 16. Krikelisov integrator

Na ovaj način je inherentno rešen problem “navijanja” regulatora, što omogućava da se i pri velikim poremećajima dobije odziv brzine vratila bez premašnje zadate vrednosti.

## 2.7.2 Modelovanje regulatora brzine u SIMULINK-u

Strukturi na sl.14 odgovara SIMULINK model prikazan na sl.16.



Slika 17. SIMULINK model PI regulatora u inkrementalnoj formi

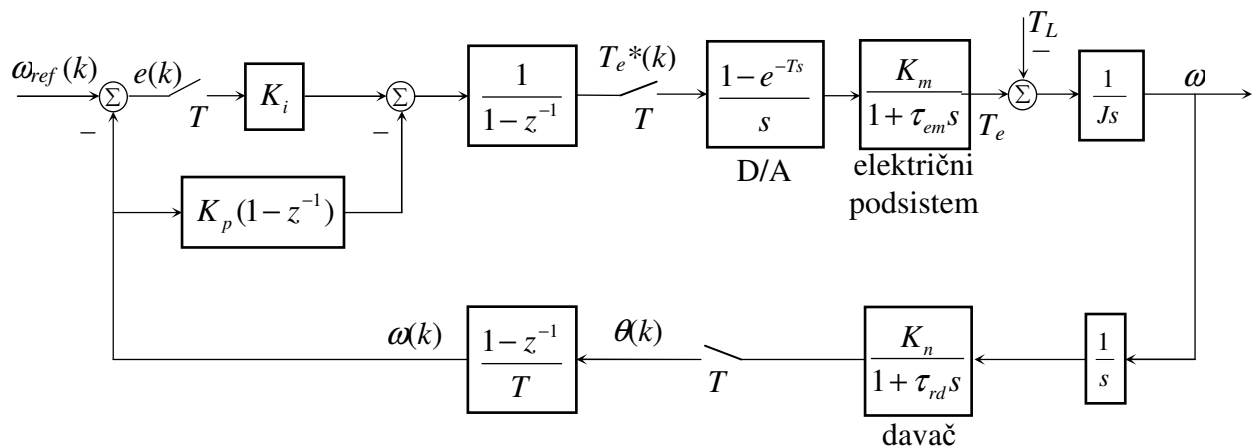
Treba uočiti da se na stazi referentnog ulaza nalazi prenosni odnos davača  $K_n$ . Time se obezbeđuje da referentni ulaz ima isti format kao i procesorski ekvivalent brzine koji stiže iz bloka za merenje brzine.

Kvantizatori u modelu na sl.17 služe za modelovanje nesavršenosti, tj. konačne dužine reči, digitalnog procesora koji realizuje funkciju digitalnog regulatora brzine.

## 2.8 Optimalno podešavanje parametara regulatora brzine

U Poglavlju 2.5.4 i 2.5.5 je pokazano da električni podsistem i davač (sinhro-konvertor) imaju konačnu brzinu odziva. Otuda je pri izboru parametara regulatora brzine u obzir neophodno uzeti kašnjenje koje električni podsistem i davač unose u brzinsku petlju. U suprotnom, u odzivu regulisane brzine pojaviće se neželjeni prebačaji a sistem će zbog smanjene margine stabilnosti, postati osetljiv na dejstvo poremećaja (momenta opterećenja).

Struktura digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma koja uvažava kašnjenje električnog podsistema i davača prikazana je na sl. 18.



Slika 18. Struktura digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma sa kašnjenjem u električnom podistemu i davaču.

Od interesa za dalje izlaganje je da se odredi z-kompleksni lik signala greške  $E(z)$  kada je sistem pobuđen odskočnim signalom  $\Omega_{ref}(z) = \frac{\Omega_{ref}}{1-z^{-1}}$ . Iz strukturnog blok dijagrama na sl. 18, pri  $T_L \equiv 0$ , dobijamo:

$$E(z) = \frac{z[z(z-1)(z-\beta) + K_p C(1-\beta)(z+1)]}{f(z)} \Omega_{ref} \quad (33a)$$

gde je  $f(z)$  karakteristični polinom dat izrazom:

$$f(z) = z^3 + z^2[-2-\beta + (K_p C + K_i C)(1-\beta)] + z[1+2\beta + K_i C(1-\beta)] - K_p C(1-\beta) - \beta \quad (33b)$$

i gde je  $C$ , sintetički koeficijent dat izrazom:

$$C = \frac{K_m K_n T}{2J} \quad (33c)$$

U izrazu (33), parametar  $\beta$  dat je izrazom

$$\beta = \exp(-T/\tau), \quad (34)$$

gde je  $\tau$  vremenska konstanta data izrazom

$$\tau = \sqrt{\tau_e^2 + \tau_{rd}^2}. \quad (35)$$

Željeni karakter i dinamika odziva brzinske regulacione petlje u linearnom režimu rada postiže se odgovarajućim podešavanjem parametara regulatora brzine. S obzirom da usvojena struktura regulatora brzine omogućava postizanje striktno aperiodičnog odziva-bez prebačaja, optimalne vrednosti parametara  $K_p$  i  $K_i$  mogu se odrediti minimizacijom zbira odbiraka signala greške odnosno, optimizacijom sistema u odnosu na pokazatelj kvaliteta dinamičkog ponašanja

$$J_e = \min \sum_{k=0}^{+\infty} e(kT) \quad (36)$$

S obzirom da je po definiciji z-kompleksni lik signala greške

$$E(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} e(kT) z^{-k}, \quad (37)$$

pokazatelj kvaliteta dinamičkog ponašanja (36) može se izračunati kao:

$$J_e = \min E(z) |_{z=1}. \quad (38)$$

Primenom izraza (38) dobija se:

$$J_e = \min \frac{2K_p C(1-\beta)}{f(1)} \Omega_{ref} = \min \frac{K_p}{K_i} \Omega_{ref}. \quad (39)$$

Dakle, optimalno podešavanje upravljačkih parametara  $K_p$  i  $K_i$  svodi se na određivanje minimalnog odnosa  $\frac{K_p}{K_i}$  uz uslov da pri dobijenom odnosu, sve nule karakterističnog polinoma (33b) leže na pozitivnom delu realne ose unutar jediničnog kruga sa centrom u koordinatnom početku z-ravni.

Ako su  $\sigma_1, \sigma_2$  i  $\sigma_3$ , nule karakterističnog polinoma (33b) odnosno, polovi sistema sa zatvorenim povratnom spregom, tada se karakteristični polinom može prepisati u obliku:

$$f(z) = \prod_{i=1}^3 (z - \sigma_i) = z^3 - z^2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) + z(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3) - \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (40)$$

Izjednačavajući identički koeficijente polinoma (33b) i (40), dobija se:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 2 + \beta - (K_p C + K_i C)(1 - \beta) \quad (41a)$$

$$\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 = 1 + 2\beta + K_i C(1 - \beta) \quad (41b)$$

$$\sigma_1\sigma_2\sigma_3 = \beta + K_p C(1 - \beta) \quad (41c)$$

a sabiranjem jednačina (41):

$$\sigma_1\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 3 + 4\beta. \quad (42)$$

Posle zamene (33c) i (33b) u (39), pokazatelj kvaliteta dinamičkog ponašanja se može izraziti u zavisnosti od polova sistema sa zatvorenim povratnom spregom kao

$$J_e = \frac{\sigma_1\sigma_2\sigma_3 - \beta}{\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 - 1 - 2\beta} \Omega_{ref}. \quad (43)$$

Potreban uslov za egzistenciju minimuma funkcije (43) u oblasti  $0 < \sigma_i < 1$  glasi:

$$\frac{\partial J_e}{\partial \sigma_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (44)$$

Nalaženjem naznačenih parcijalnih izvoda dobija se sistem simultanih jednačina iz kojih se zaključuje da pokazatelj kvaliteta dinamičkog ponašanja  $J_e$  ima minimum kada su polovi posmatranog brzinskog servomehanizma isti i nalaze se unutar jediničnog kruga z-ravni. Smenom  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{opt}$  u (42), dobijamo:

$$\sigma_{opt} = \sqrt[3]{4 + 4\beta} - 1. \quad (45)$$

Optimalne vrednosti parametra  $K_p$  i  $K_i$  određuju se iz jednačina (41c) i (41b) respektivno, ako se prethodno u ove dve jednačine uvrsti  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{opt}$ . Tako se dobija

$$K_p = \frac{\sigma_{opt}^3 - \beta}{(1 - \beta)C} \quad \text{i} \quad K_i = \frac{3\sigma_{opt}^2 - 1 - 2\beta}{(1 - \beta)C}. \quad (46)$$

Propusni opseg brzinske petlje sa optimalnim vrednostima parametara regulatora brzine dat je izrazom

$$f_{bw}[\text{Hz}] = \frac{-\ln \sigma_{opt}}{2\pi T}. \quad (47)$$

U slučaju kada  $\beta \rightarrow 0$  (za  $T/\tau \geq 6$ ), izraz (46) postaje

$$K_p = \frac{0.2022}{C} \quad \text{i} \quad K_i = \frac{0.0337}{C}. \quad (48)$$



### 3. Zadatak vežbe

Cilj vežbe je ispitivanje dinamičkih karakteristika brzinskog servosistema opisanog u glavi 2, pomoću SIMULINK modela.

U ovom poglavlju, naznačen je zadatak vežbe. Za vežbanje se koriste SIMULINK modeli *A.mdl*, *B.mdl* i *C.mdl*. Smernice za izradu modela *B.mdl* i *C.mdl* i njihovih komandnih datoteka su date u Dodatku.

Rezultate vežbanja treba prikazati u Izveštaju.

#### **NAPOMENA:**

Radi boljeg razumevanja vežbe student bi trebao samostalno da realizuje SIMULINK modele *B.mdl* i *C.mdl*, i njihove komandne datoteke na osnovu teorije iznete u poglavlju 2.

**Dodatak treba koristiti isključivo kao sredstvo za rešavanje problema i nejasnoća na koje se može naići tokom izrade SIMULINK modela, a ne kao uputstvo za njihovu izradu.**

#### **Zadatak A.**

Posmatra se sistem opisan u SIMULINK modelu *A.mdl*.

- A1) Potrebno je simulirati odziv sistema na odskočnu pobudu pri dejstvu konstantnog momenta opterećenja. Odskočna pobuda deluje u trenutku  $t_1 = 0.01s$ . Opterećenje iznosi  $T_L = 5Nm$ , i takođe ima karakter odskočne pobude u trenutku  $t_2 = 0.05s$ .

Izvršiti ogleda zaletanja za odskočne pobude  $\omega_{ref1} = 40rad/s$  i  $\omega_{ref2} = 100rad/s$ .

Odrediti vremena trajanja prelaznih procesa. Da li regulator izlazi iz linearnog režima rada?

Odrediti koliki propad brzine izaziva dejstvo opterećenja u sistemu. Da li se vrednosti propada brzine razlikuju i zašto?

Kolika je vrednost propusnog opsega sistema? (Propusni opseg sistema se izračunava u okviru komandne datoteke, i njegova vrednost se čuva u promenljivoj *freq*.)

- A2) Simulirati odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref} = 40rad/s$  bez opterećenja. Dejstvo referentnog ulaza počinje u trenutku  $t_1 = 0.01s$ .

Izračunati u procentima koliko iznosi *peak-to-peak* valovitost momenta  $\Delta m[\%]$  u odnosu maksimalno dozvoljenu vrednost momenta  $T_{max} = 10Nm$ .

Menjanjem parametara regulacije, utvrditi kakav je njihov uticaj na odziv sistema. (Pri startovanju modela, u njega se upisuju optimalni parametri regulacije.)

Ukoliko parametar  $K_i$  ima optimalnu vrednost, odrediti vrednost parametra  $K_p$  tako da valovitost momenta bude  $\Delta m \leq 10\%$ . Kakav je sada karakter odziva sistema?

Zadržavajući dobijenu vrednost  $K_p$ , podesiti parametar  $K_i$  tako da odziv bude kritično prigušen.

U kakvoj su međusobnoj vezi promene koeficijenata PI regulatora u ovom slučaju, i zašto?

### **Zadatak B.**

Polazeći od SIMULINK modela *A.mdl*, načiniti SIMULINK model *B.mdl* tako tako da se umesto optičkog enkodera, kao davač koristi elektromagnetni rezolver sa sinhrokonvertorom, propusnog opsega  $f_{bw} = 1kHz$  i rezolucije merenja položaja 12-bita.

Pokrenuti SIMULINK model *B.mdl*.

- B1) Ponoviti ogled zaletanja pod istim uslovima kao u zadatku A1.

Uporediti dobijene rezultate sa onima iz ogleda A1.

Kako i zašto korišćenje elektromagnetnog rezolvera umesto enkodera utiče na karakter odziva, vreme trajanja prelaznih procesa, propad brzine pri dejstvu opterećenja i propusni opseg sistema?

### **Zadatak C.**

Polazeći od SIMULINK modela *B.mdl*, načiniti SIMULINK model *C.mdl* koji uvažava elastičnost osovine kojom su spregnuti električna mašina i opterećenje. Parametri mehaničkog podsistema sa elastičnom spojnicom dati su u Tabeli 1.

*Tabela 1. Parametri mehaničkog podsistema sa elastičnom spojnicom.*

$J_m$ [kgm <sup>2</sup> ]	$F_m$ [Nms/rad]	$K_o$ [Nm/rad]	$J_L$ [kgm <sup>2</sup> ]	$F_L$ [Nms/rad]
0.0008	0.002	150	0.0002	0.002

Pokrenuti SIMULINK model *C.mdl*.

- C1) Ponoviti ogled zaletanja pod istim uslovima kao u zadatku B1.

Uporediti dobijene rezultate sa onima iz ogleda B1.

Kako utiče konačna krutost spojnice na vreme zaletanja i na propad brzine usled dejstva opterećenja?

Kakav je uticaj konačne krutosti spojnice na rad sistema u linearnom i nelinearnom režimu?

Čime se objašnjava razlika u talasnim oblicima pri dejstvu referentnog ulaza, i pri dejstvu opterećenja?

- C2) Izmeniti SIMULINK model *C.mdl* tako da se umesto brzine motora posmatra brzina opterećenja.

Simulirati odziv sistema za kada su vrednosti koeficijenta krutosti spojnice  $K_{o1} = 75Nm/rad$ ,  $K_{o2} = 150Nm/rad$  i  $K_{o3} = 300Nm/rad$ .

Kako povećanje i smanjenje koeficijenta krutosti utiče na amplitudu i učestanost mehaničkih oscilacija, a kako na prirodu odziva?

## 4. Izveštaj

A1)



*Slika A1.1* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$



*Slika A1.2* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref2} = 100rad / s$

Odskočna pobuda	Vreme smirenja [s]	Propad brzine [rad/s]
$\omega_{ref1} = 40rad / s$		
$\omega_{ref2} = 100rad / s$		

*Tabela A1.1*

**KOMENTAR:**

--

**A2)**



*Slika A2.1* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$  bez dejstva opterećenja

<b><u>KP</u></b>	<b><u>KI</u></b>	<b><u><math>\Delta m[\%]</math></u></b>

*Tabela A2.1*

**KOMENTAR:**



*Slika A2.2* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$  sa

$$K_p = K_p^{opt} / 5$$

<u><b>KP</b></u>	<u><b>KI</b></u>	<u><b><math>\Delta m[\%]</math></b></u>

*Tabela A2.2*

**KOMENTAR:**



*Slika A2.3* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$  sa

$$K_p = K_p^{opt} / 5 \text{ i } K_I = K_I^{opt} / 25$$

<u>KP</u>	<u>KI</u>	<u><math>\Delta m[\%]</math></u>

*Tabela A2.3*

**KOMENTAR:**

--

**B1)**



*Slika B1.1* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$





*Slika B1.2* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref2} = 100rad / s$

Odskočna pobuda	Vreme smirenja [s]	Propad brzine [rad/s]
$\omega_{ref1} = 40rad / s$		
$\omega_{ref2} = 100rad / s$		

*Tabela B1.1*

**KOMENTAR:**

--

**C1)**



*Slika C1.1* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref1} = 40rad / s$



*Slika C1.2* Odziv sistema na odskočnu pobudu  $\omega_{ref2} = 100rad / s$

Odskočna pobuda	Vreme smirenja [s]	Propad brzine [rad/s]
$\omega_{ref1} = 40rad / s$		
$\omega_{ref2} = 100rad / s$		

*Tabela C1.*

**KOMENTAR:**

--

**C2)**



*Slika C2.1* Brzina opterećenja pri odskočnoj pobudi  $\omega_{ref1} = 40 rad / s$  i uz  
koeficijentu krutosti  $K_o = 150 Nm / rad$



*Slika C2.2 Brzina opterećenja pri odskočnoj pobudi  $\omega_{ref1} = 40rad / s$  i uz  
koeficijentu krutosti  $K_o = 300Nm / rad$*



*Slika C2.3* Brzina opterećenja pri odskočnoj pobudi  $\omega_{ref1} = 40 \text{ rad / s}$  i uz koeficijentu krutosti  $K_o = 75 \text{ Nm / rad}$

Koeficijent krutosti	Učestanost meh. oscilacija [Hz]	Maks. amplituda meh. oscilacija [rad/s]
$K_o = 75 \text{ Nm / rad}$		
$K_o = 150 \text{ Nm / rad}$		
$K_o = 300 \text{ Nm / rad}$		

*Tabela C2.1*

**KOMENTAR:**

## Dodatak: Priprema za vežbu

Za vežbanje je potrebno imati PC računar, programski paket MATLAB (verzija 7.0 i više), modul SIMULINK i kolekciju pomenutih datoteka, dostupnih na WEB site-u:

<http://ddc.etf.bg.ac.yu/>

- SIMULINK model *a.mdl*;
- MATLAB komandne datoteke *startA.m* i *trace.m*.

Datoteke *A.mdl* i *startA.m* su polazane, dok student u toku izrade vežbe, sam treba da načini simulacione modele *B.mdl* i *C.mdl* i komandne datoteke *startB.m* i *startC.m*

U nastavku, dat je opis SIMULINK modela *A.mdl* i komandnih datoteka *startA.m* i *trace.m* kao i smernice za kreiranje SIMULINK modela *B.mdl* i *C.mdl* i komandnih datoteka *startB.m* i *startC.m*.

### **NAPOMENA:**

Radi boljeg razumevanja vežbe student bi trebao samostalno da realizuje SIMULINK modele *B.mdl* i *C.mdl*, i njihove komandne datoteke na osnovu teorije iznete u poglavlju 2.

**Ovaj dodatak treba koristiti isključivo kao sredstvo za rešavanje problema i nejasnoća na koje se može naići tokom izrade SIMULINK modela, a ne kao uputstvo za njihovu izradu.**

### **D1. SIMULINK model A.mdl**

Model *a.mdl* čine sledeći SIMULINK blokovi:

- Mehanički podsistem sa krutom spojnicom (sl. 5a)
- Električni podsistem (sl. 6a)
- Davač-encoder (sl. 8a)
- Blok za merenje brzine (sl. 12a)
- Digitalni PI regulator brzine (sl. 17)

Model *a.mdl* Omogućava da se putem računarskih simulacija ispitaju dinamička svojstva digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma sa kašnjenjem u električnom podsistemu.

*a.mdl* se pokreće se izvršenjem komandne datoteke *startA.m* iz komandne linije MATLAB-a:

**startA <Enter>**



Rezultat simulacije-talasni oblik pokretačkog momenta i brzine se prikazuju u MATLAB radnom okruženju pokretanjem komandne datoteke *trace.m*:

**trace <Enter>**

**Napomena:** SIMULINK modeli i komandne datoteke moraju biti na stazi vidljivoj MATLAB-u.

## D2. SIMULINK model B.mdl

Model *b.mdl* treba kreirati polazeći od modela *a.mdl*. Čine ga sledeći SIMULINK blokovi:

- Mehanički podsistem sa krutom spojnicom (sl. 5a)
- Električni podsistem (sl. 6a)
- Davač-sinhrokonvertor (sl. 10a)
- Blok za merenje brzine (sl. 12a)
- Digitalni PI regulator brzine (sl. 17)

Model *b.mdl* omogućava da se putem računarskih simulacija ispitaju dinamička svojstva digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma sa kašnjenjem u električnom podsistemu i u davaču.

Pre pokretanja modela, potrebno je napraviti datoteku *startB.m* modifikovanjem postojeće *startA.m*, i to tako što se blok naredbi:

```
%-----%
% DAVAC-ENKODER
N = 12; % [broj bita]; rezolucija enkodera
Kn = 2^N/(2*pi); % prenosni odnos enkodera; [izraz (11)]
kvant = 1; % kvantizacioni interval enkodera
%-----%
% DOMINANTNA VREMENSKA KONSTANTA
Tau = Te; % [izraz (35)]
%-----%
```

zameni sa blokom:

```
%-----%
% DAVAC-SINHROKONVERTOR
N = 12; % [broj bita]; rezolucija sinhrokonvertora
Fbw = 1000; % [Hz]; propusni opseg sinhrokonvertora
kvant = 2^(16-N); % kvantizacioni interval sinhrokonvertora
An = 2/(pi*Fbw); % koeficijent normalizacije operatora s-domena u
% odnosu na granicnu ucestanost Fbw; [izraz (12c)]
Kn = 2^16/(2*pi); % prenosni odnos sinhrokonvertora; [izraz (12b)]
Trd = 0.33/Fbw; % [s]; dominantna vremenska konstanta
% sinhrokonvertora; [izraz (13b)]
%-----%
% DOMINANTNA VREMENSKA KONSTANTA
Tau = sqrt(Te^2 + Trd^2); % [s]; [izraz (35)]
%-----%
```

Model *b.mdl* se pokreće se izvršenjem komandne datoteke *startB.m* iz komandne linije MATLAB-a:

**startB <Enter>**

Rezultat simulacije-talasni oblik pokretačkog momenta i brzine se prikazuju u MATLAB radnom okruženju pokretanjem komandne datoteke *trace.m*:

**trace <Enter>**

### D3. SIMULINK model C.mdl

Model *c.mdl* se kreira polazeći od modela *B.mdl*. Čine ga sledeći SIMULINK blokovi:

- Mehanički podsistem sa elastičnom spojnicom (sl. 4a)
- Električni podsistem (sl. 6a)
- Davač-sinhrokonvertor (sl. 10a)
- Blok za merenje brzine (sl. 12a)
- Digitalni PI regulator brzine (sl. 17)

Model omogućava da se putem računarskih simulacija ispituju dinamička svojstva digitalno regulisanog brzinskog servomehanizma sa kašnjenjem u električnom podsistemu, kašnjenjem u davaču i elastičnom spojnicom.

Komandna datoteka *startC.m* se dobija kada blok naredbi komandne datoteke *startB.m*

```
%-----%
% PARAMETRI MEHANICKOG PODSISTEMA SA KRUTOM SPOJNICOM
Jm = 0.0008;           % [kgm2]; inercija elektricne masine
JL = 0.0002;           % [kgm2]; inercija opterecenja
J = Jm + JL;           % [kgm2]; ukupna inercija
%-----%
```

zameni blokom naredbi

```
%-----%
% PARAMETRI MEHANICKOG PODSISTEMA SA ELASTICNOM SPOJNICOM
Jm = 0.0008;           % [kgm2]; inercija elektricne masine
Fm = 0.002;            % [Nm/rad/s]; frikcija elektricne masine
JL = 0.0002;           % [kgm2]; inercija opterecenja
FL = 0.002;            % [Nm/rad/s]; frikcija opterecenja
Ko = 350;              % [Nm/rad]; krutost osovine
Kv = 0;                % [Nm/rad/s]; koeficijent viskoznog trenja osovine
J = Jm + JL;           % [kgm2]; ukupna inercija
%-----%
```

Model *c.mdl* se pokreće izvršenjem komandne datoteke *startC.m* iz komandne linije MATLAB-a:

**startC <Enter>**

Rezultat simulacije: talasni oblik pokretačkog momenta i brzine se prikazuju u MATLAB radnom okruženju pokretanjem komandne datoteke *trace.m*:

**trace <Enter>**