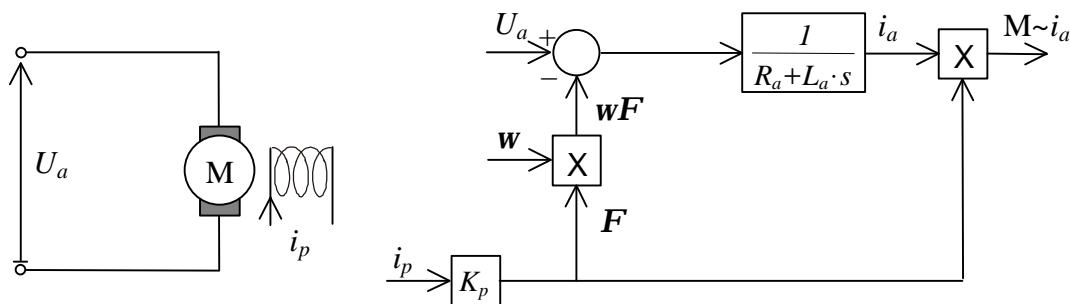


**MIKROPROCESORSKO  
UPRAVLJANJE  
ELEKTROMOTORNIM POGONIMA**

prof. Slobodan Vukosavić

## MOTOR JEDNOSMERNE STRUJE



— Najjednostavniji je, jednostavno se kontroliše, ponaša se kao sistem 1. reda upravljani sa  $U_a$ . Koristi se u električnoj vuči, električnim automobilima, kućnim uređajima, robotima...

— MANE: Kolektor sa četkicama ograničava  $i_{\max}$ ,  $m_{\max}$ ; zbog varnica i razbacivanja opiljaka od ugljenih čestica i čestica ulja ne koristi se za poslove gde je potrebna čistoća. Teži je 30 – 70% od ekvivalentnog motora naizmjenične struje a i 2.5 ÷ 3 puta je skuplji zbog precizne izrade komutatora.

⇒ sve više se ide na MNS (AM, SM ili SRM)

— U pogonima promenljive brzine i pogonima sa servo zahtevima, uglavnom je korišćen MJSS zbog vrlo povoljnih regulacionih karakteristika: raspregnuto upravljanje momentom i fluksom omogućeno je ortogonalnim položajem pobudnog fluksa i magnetopobudne sile indukta i direktnom kontrolom nad strujama u rotoru i statoru što obezbeđuje mehanički komutator.

## MOTOR NAIZMENIČNE STRUJE

— Za razliku od MJSS, MNS (AM) je znatno složeniji za upravljanje jer se rotorske struje i fluks ne mogu direktno meriti. Kod njega se proces komutacije odvija van motora, u energetskom pretvaraču. Motor je konstruktivno jednostavniji, robusniji i ne zahteva održavanje. Kratkotrajna preopterećenost AM određena je karakteristikama pretvarača i može dostići osmostruku vrednost nominalnog momenta.

Prednost pogona sa AM je i niža cena u odnosu na DC pogon. Oko 70% cene pogona sa AM leži u upravljačkim kolima i energetskom pretvaraču. Kod DC pogona ovaj iznos je 30% pa su izgledi da će dalja usavršavanja favorizovati pogone sa AM. U oblasti servo pogona godišnje se 15% MJSS zameni MNS.

— Izbor motora naizmjenične struje za pogon visokih performansi je uglavnom ograničen na AM i SM sa permanentnim magnetima na rotoru.

1. SM sa permanentnim magnetima ima definisanu pobudu pa izostaje potreba za magnetizacionom komponentom struje statora. Efikasnost ovog motora je veća od efikasnosti AM jer izostaju gubici usled magnetne komponente struje statora i nema gubitaka u rotoru. Upravljanje SM (sa p.m.) je jednostavniji jer je rotorski fluks određen pozicijom rotora, dok kod AM položaj rotorskog fluksa zavisi od struja rotorskog kola koje se ne mogu direktno meriti.

Međutim, primena SM (sa p.m.) je ograničena na pogone kod kojih se ne zahteva smanjenje polja i rad iznad nominalne brzine. Da bi se smanjio fluks potrebna je demagnetizaciona komponenta statorske struje, što povećava gubitke i narušava

ortogonalnost rotorskog fluksa i mps statora. Problem SM (sa p.m.) je mogućnost delimične magnetizacije usled ekscesnih struja statora u slučaju kvara, povećane temperature ili vibracije. Karakteristike ovih motora se poboljšavaju zamenom feritnih magneta (kvalitetnijim, obično samarijum – kobaltnim).

SM (sa p.m.), na sadašnjem nivou razvoja, se primenjuju u pogonima koji ne zahtevaju rad u oblasti slabljenja polja i koji, usled otežanog hlađenja, zahtevaju minimiziranje gubitaka u rotoru.

2. AM se koristi kada se zahteva robusan pogon sa širokim opsegom regulacije brzine. Raspregnuta kontrola fluksa i momenta asinhronog motora se postiže vektorskim upravljanjem, odnosno orijentacijom vektora mps prema rotorskom fluksu. Kod direktnog vektorskog upravljanja (DVU) položaj i amplituda fluksa se određuju merenjem u vazдушnom zazoru mašine.

Kod indirektnog vektorskog upravljanja (IVU) vektor fluksa se dobija procesiranjem brzine i struje u strujnom modelu rotorskog kola mašine. Kod obe varijante vektorske kontrole nezavisno upravljanje momentom i fluksom se postiže manipulacijom statorske struje ili napona, tako da se nezavisno kontrolišu komponenta mps statora normalna na fluks i komponenta paralelna sa fluksom. U slučaju orijentacije prema rotorskom fluksu, amplituda fluksa je jednoznačno određena paralelnom komponentom, a moment normalnom. Kod orijentacije prema statorskom fluksu ili fluksu u vazдушnom zazoru, između ovih veličina postoji sprega pa se moraju dodatno raspregnuti, u zavisnosti od parametara mašine. Osnovni problem vektorskog upravljanja je određivanje položaja i amplitude rotorskog fluksa koji nije direktno merljiv.

DVU → Prvobitna metoda određivanja fluksa u zazoru bio je umetanje Hallovihih elemenata. Međutim, kako on vrši lokalno merenje rezultujući signal sadrži pulsacije usled žlebnih harmonika polja, pa se pojavljuju i pulsacije momenta pri vektorskoj kontroli baziranoj na ovakvom merenju fluksa.

Detekcija fluksa putem integracije napona, indukovanih u namotajima mašine, usled efekta prostorne integracije nije osetljiva na žlebne harmonike. Određivanje orijentacije fluksa pri većim brzinama daje dobre rezultate, na osnovu terminalnih napona mašine. Kompenzacijom ovog pada napona omogućen je rad pri brzinama većim od 3% nominalne.

IVU → Vektorska kontrola bazirana na integraciji indukovanih napona ima male performanse pri malim brzinama i ne omogućuje razvijanje momenta pri brzinama bliskim nuli, što je neophodno kod pozicionih sistema. U pogonima visokih performansi, koji zahtevaju rad u oblasti malih brzina, vektor rotorskog fluksa se dobija obradom signala struje i mehaničke brzine u modelu rotorskog kola mašine. Tačnost određivanja vektorskog fluksa tada ne zavisi od mehaničke brzine, što ovaj pristup čini atraktivnim za servo aplikacije. Međutim, neophodno je poznavati parametre mašine koji figurišu u modelu rotorskog kola, pri čemu je od posebnog uticaja rotorska vremenska konstanta. Greške u modelu dovode do zavisnosti struje magnetizacije od opterećenja i neželjenih oscilacija momenta u prelaznim režimima.

- Realizacija vektorskog upravljanja zahteva transformaciju koordinata, složena izračunavanja fluksa i upravljanje energetskim pretvaračem za napajanje motora, pa je praktična primena bila uslovljena razvojem digitalnih kontrolera potrebne brzine i tačnosti. Upravljačke funkcije se mogu podeliti na vremenski kritične funkcije nižeg nivoa odlučivanja i složene funkcije, pa se kontrolor obično gradi tako da sadrži dva mikroprocesora ili se funkcije nižeg nivoa odlučivanja koje se često ponavljaju, izdvajaju u poseban, namenski dizajniran sklop.

- Vektorski regulisan AM je po regulacionim karakteristikama ekvivalentan MJSS, pa se pri sintezi brzinskog ili pozicionog regulatora može poći od strukture regulatora za digitalno upravljanje MJSS. Kod obe vrste motora strujnim limitom se ograničen maksimalni moment koji ograničava brzinu odziva. Priroda ovog ograničenja zavisi od vrste motora.

Kod MJSS aktivna i magnetizaciona komponenta struje teku kroz dva odvojena kalema. Karakteristikama komutatora ograničena je aktivna komponenta struje (struja armature). Kod AM je strujnim kapacitetom pretvarača ograničen vektorski zbir magnetizacione i aktivne komponente struje.

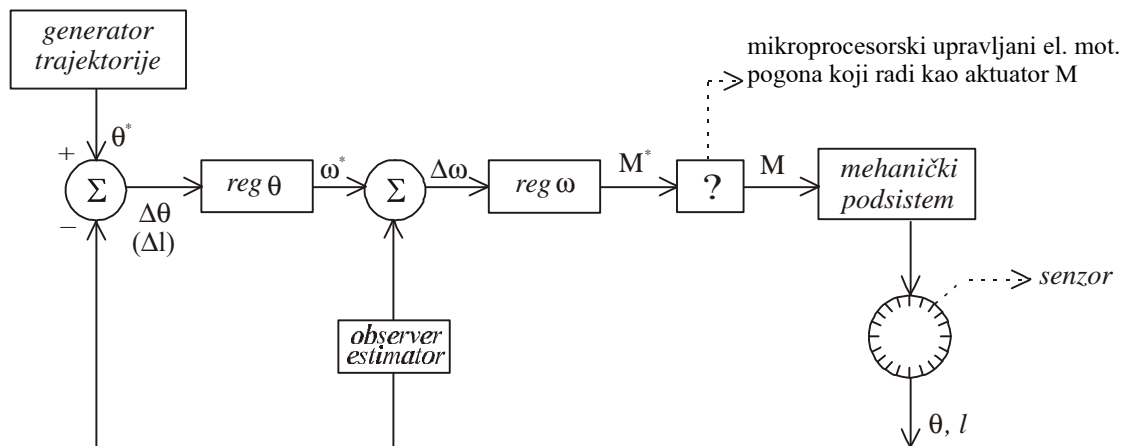
- Odziv AM pod vektorskom kontrolom zavisi od brzine i tačnosti upravljanja mps statora. Ove karakteristike su određene konfiguracijom energetske pretvarača i prekidačkim algoritmom koji upravlja statorskim strujama. Do sada primenjena rešenja strujnih regulatora mogu se podeliti u četiri grupe:
  1. histerezisni regulatori
  2. pulsno – širinski modulatori sa prirodnim odabiranjem
  3. regulatori sa predikcijom (feed forward)
  4. regulatori u rotacionom koordinatnom sistemu

Uporedna analiza linearnih i nelinearnih prekidačkih algoritama pokazuje da su nelinearni regulatori superiorni u pogledu dinamike ali da za nedostatak imaju promenljivu učestanost komutacija.

Problem dislociranja strujnih regulatora iz eksternog analognog hardvera u digitalni mikrokontroler nije još rešen do kraja. Napon motora se usled promene napona jednosmernog međukola, mrtvog vremena i pada napona na prekidačima razlikuje od napona koji zadaje mikrokontroler. Kao posledica, javljaju se pulsacije momenta i nestabilan rad. Kašnjenja prouzrokovana ograničenom brzinom procesiranja signala u kontroleru rezultuje faznim kašnjenjem regulisne struje.

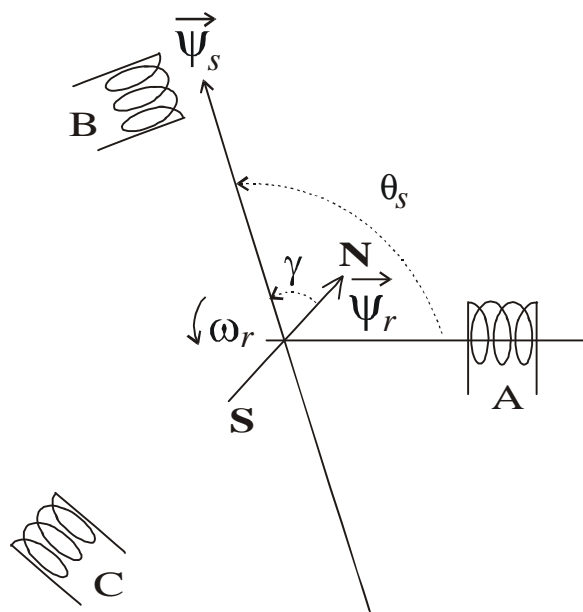
- Nezavisna kontrola fluksa i momenta AM omogućuje prilagođavanje amplitude fluksa momentu opterećenja i brzini, kako bi se smanjila buka ili minimizirali ukupni gubici energije u prekidaču i motoru.

## STRUKTURA REGULISANOG POGONA



(na osnovu izmerenog položaja izračunava se brzina.  
Taho – generator ne zadovoljava potrebama)

## UPRAVLJA^KI ZADACI



Na slici je dat prikaz sinhronog motora sa permanentnim magnetom.

$\vec{y}_r$  – rotorski fluks (vektor  $\mathbf{y}_r$  je poznat kod SM)

$\vec{y}_s$  – statorski fluks (koga stvaraju statorske struje)

Kod električnih mašina moment je uslovljen vektorskim proizvodom statorskog i rotorskog fluksa:

$$\vec{M} = \vec{y}_r \times \vec{y}_s$$

$$M = \mathbf{y}_r \cdot \mathbf{y}_s \cdot \sin \mathbf{g}$$

$$i_a = I_a \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t - \mathbf{j})$$

$$i_b = I_b \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t - \mathbf{j} - 2\mathbf{p}/3)$$

$$i_c = I_c \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t - \mathbf{j} - 4\mathbf{p}/3)$$

Trofazni sistem statorskih struja rezultuje statorskim fluksom koji je u odnosu na osu faze a pod uglom  $\mathbf{j}$ .

$$\mathbf{q}_s \sim \mathbf{j}$$

$$\mathbf{y}_s = 3/2 \cdot L_m I_m$$

### **Upravlja~ki zadaci su:**

- potrebno je znati gde je rotorski fluks (njegov položaj),  $\vec{y}_r$
- u funkciji zadatog momenta, i amplitude i položaja rotorskog fluksa ( $M^*$ ,  $|\vec{y}_r|$ ,  $\angle(\vec{y}_r)$ ), odrediti željene vrednosti struja,  $i_a^*$ ,  $i_b^*$ ,  $i_c^*$

- obezbediti da fazne struje bar približno odgovaraju zadatim vrednostima.

⇒ tek tada moment može biti jednak zadatom.

— Kod SM položaj  $\vec{y}_r$  se može odrediti poznavanjem položaja rotora.

— Kod AM nije lako odrediti  $\vec{y}_r$  već je potrebno imati observer – inverzni model asinhronog motora, a za to je preko potreban mikrokontroler.

— Teži se da bude  $\vec{y}_r$  upravno na  $\vec{y}_s$  da bi moment bio izvodljiv sa najmanjom mogućom statorskom strujom ( $\sin g = 1$ ), što znači i najmanji  $R \cdot i_s^2$ .

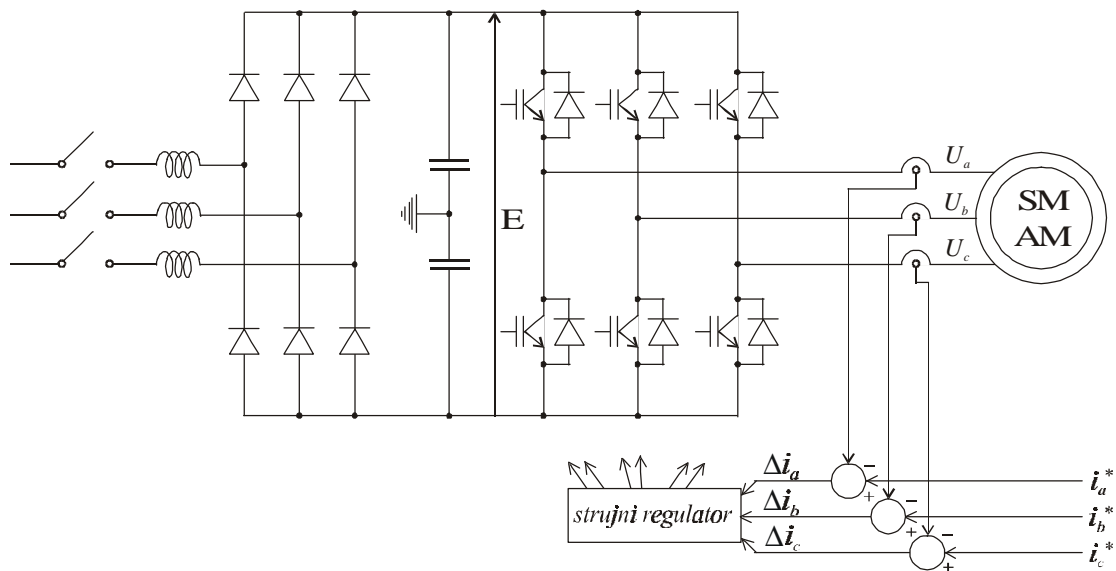
— Maksimalna statorska struja zavisice od  $I_m = f(M^*, |\vec{y}_r|)$ , i ta izračunavanja obavlja mikrokontroler.

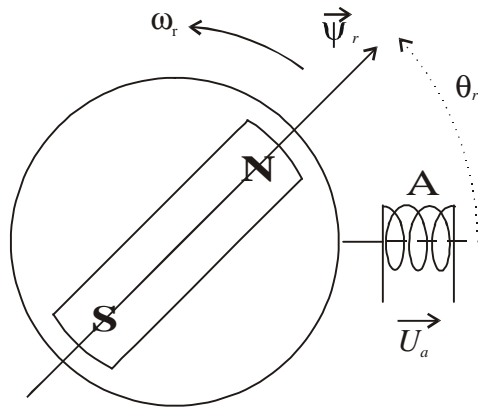
— Zatim,  $i_a^* = I_m \cdot \cos(q_r + p/2)$  ⇒ mora se obaviti i trigonometrijska funkcija, što može i bez mikrokontrolera ali je nepraktično.

Zbog preciznog proračuna struja koji nije bio moguć do skoro, motori NS se nisu koristili kao servo aktuatori.

$i_a \approx i_a^*$ ,  $i_b \approx i_b^*$ ,  $i_c \approx i_c^*$  se najlakše ostvaruje pomoću mikrokontrolera i periferija, a po PWM modulaciji.

## DIGITALNO UPRAVLJANJE STATORSKIM STRUJAMA





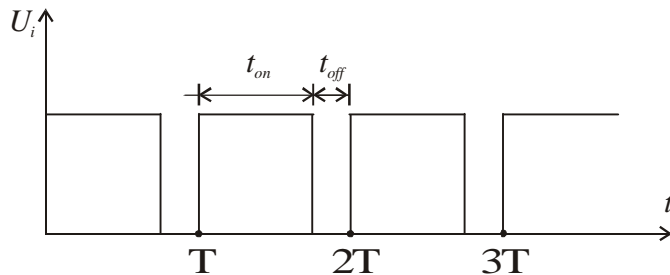
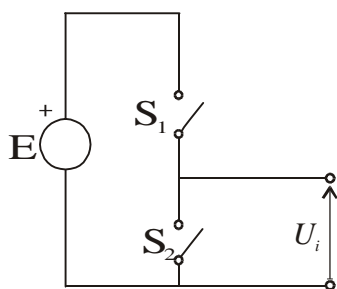
$$U_a = R_a \cdot i_a + \frac{dy_a}{dt}$$

$y_a = y_r \cdot \cos q_r$  – pod pretpostavkom da postoji samo  $U_r$ , ovoliko iznosi fluksni obuhvat faze A.

$$\Rightarrow U_a = R_a \cdot i_a - w \cdot y_r \cdot \sin q_r \approx -w \cdot y_r \cdot \sin q_r, \quad w = \frac{dq_r}{dt}$$

Napon  $U_a$  je sinusna funkcija sa amplitudom koja zavisi od  $\omega$  i  $\varphi$  i periodom koja zavisi od  $\omega$ . Dakle, potrebno je da za napajanje imamo trofazni sinusni napon sa promenljivom amplitudom i promenljivom učestanošću. To se može uraditi samo sa VVVF pretvaračem.

## PWM MODULACIJA



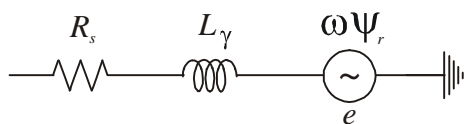
$t_{off} \Rightarrow S_{1off}, S_{2on}$

$$U_{i(sr)} = \frac{t_{on}}{T} \cdot E$$

u toku jedne periode komutacije

$t_{on} \Rightarrow S_{1on}, S_{2off}$

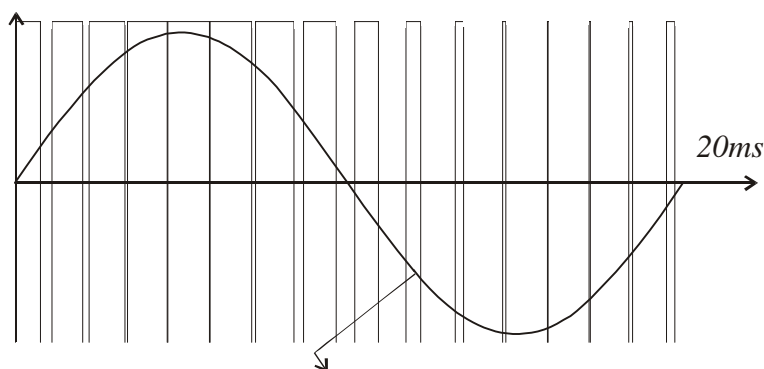
- $U_{i(sr)}$  se može menjati kontinualno, ako se kontinualno može menjati vreme  $t_{on}$ , pa i po sinusoidalnom zakonu (što je nama potrebno).
- Osim srednje vrednosti u jednoj periodi  $T$ , taj napon poseduje dominantni harmonik na učestanosti komutacije  $f = 1/T$ , a i više harmonike na učestanostima  $3/T, 5/T, 7/T \dots$



$$\underline{Z} = R_s + L_g \cdot s^{-j\omega} \quad (\text{impedansa motora})$$

Međutim, kako je frekvencija uključivanja prekidača u inverteru velika,  $f > 2\text{kHz}$ , to neće mnogo smetati motoru, jer je na velikim učestanostima reaktansa (i impedansa) motora  $x = \omega \cdot L_g$  vrlo velika, pa je struja na učestanosti  $f = 1/T$  dovoljno mala.

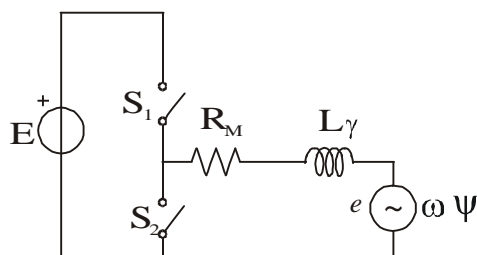
⇒ zato PWM inverter može da zadovolji potrebe za sinusnim napajanjem VVVF.



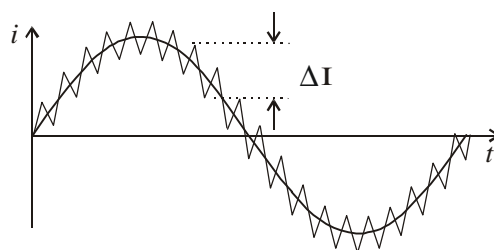
približno se dobije sinusoidan oblik srednjih vrednosti napona  $U_i$

Promena  $t_{on}$  predstavlja modulaciju širine impulsa, pa se zato i zove PWM modulacija.

$$\text{za } t_{on} \sim \frac{T}{2} \Rightarrow U_{i(sr)} = 0$$



(1 faza)



Struja nije sinusoidalna zbog postojanja impulsa već je nazubljena sa riplom učestanosti

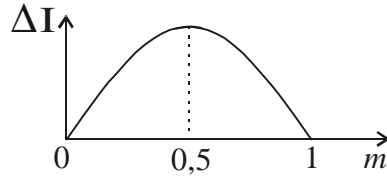
$$f = \frac{1}{T}$$

$$\Delta I \sim \frac{E \cdot T}{L_g} = \frac{E}{f \cdot L_g} \rightarrow \text{strujni ripl}$$

$$\left[ \begin{array}{c} i \rightarrow L_\gamma \\ \leftarrow U \rightarrow \\ L_g \frac{di}{dt} = U \Rightarrow \mathbf{Di} = \frac{U \cdot T}{L_g} \end{array} \right]$$



$$m = \frac{t_{on}}{t} (= \frac{ems}{E}) \rightarrow \text{indeks modulacije}$$



$$\Delta I = \frac{E \cdot T}{4 \cdot L_g} \cdot m \cdot (1 - m) \quad \text{— ova jednačina će se izvesti kasnije}$$

Za  $t_{on} = 0 \Rightarrow$  nema impulsa, nema naizmenične komponente, nema ripla ( $m = 0$ ).

Za  $t_{on} = T \Rightarrow$  nema impulsa, nema naizmenične komponente, nema ripla ( $m = 1$ ).

$m \sim \sin \mathbf{w} \cdot t \rightarrow$  sinusna PWM modulacija ( $t_{on}$  se menja po sinusnoj funkciji).

Ako je:  $t_{on}^A = \frac{T}{2} + A \cdot \frac{T}{2} \cdot \cos \mathbf{w}_s \cdot t$

$$t_{on}^B = \frac{T}{2} + A \cdot \frac{T}{2} \cdot (\cos \mathbf{w}_s \cdot t - \frac{2 \cdot \mathbf{p}}{3})$$

$$t_{on}^C = \frac{T}{2} + A \cdot \frac{T}{2} \cdot (\cos \mathbf{w}_s \cdot t - \frac{4 \cdot \mathbf{p}}{3})$$

$\mathbf{w}_s$  — učestanost fundamentala (srednja vrednost).

Svaki od faznih napona će imati sledeće srednje vrednosti (u toku periode okidanja prekidača):

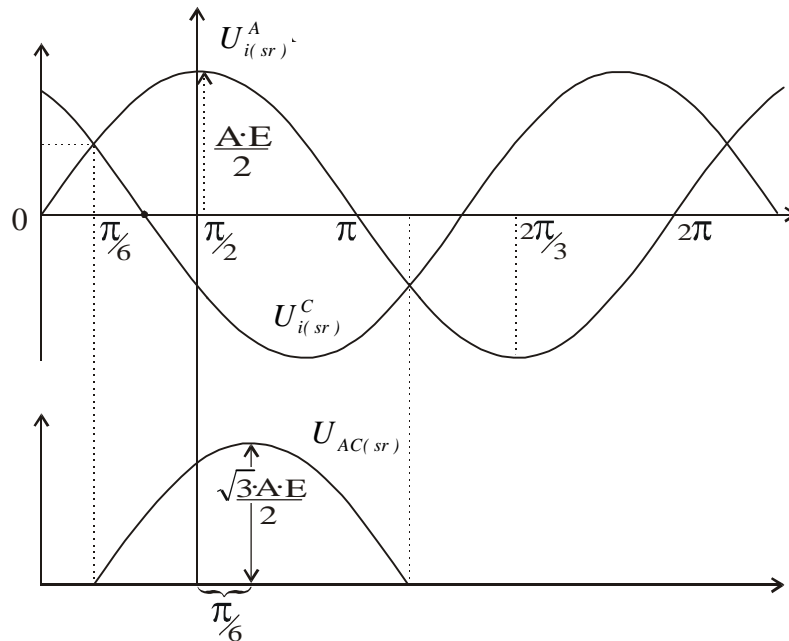
$$u_{(sr)}^A = \frac{E}{2} + A \cdot \frac{E}{2} \cdot \cos \mathbf{w}_s \cdot t$$

$$u_{i(sr)}^B = \frac{E}{2} + A \cdot \frac{E}{2} \cdot \cos(\mathbf{w}_s \cdot t - \frac{2 \cdot \mathbf{p}}{3})$$

$$u_{i(sr)}^C = \frac{E}{2} + A \cdot \frac{E}{2} \cdot \cos(\mathbf{w}_s \cdot t - \frac{4 \cdot \mathbf{p}}{3})$$

A  $\rightarrow$  definiše amplitudu izlaznog napona  $A \in (0,1)$

$\mathbf{w}_s \rightarrow$  definiše izlaznu učestanost.



Linijski naponi, koje motor jedino i „vidi”, biće:

$$u_{ab(sr)} = \frac{E \cdot A}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \frac{p}{6})$$

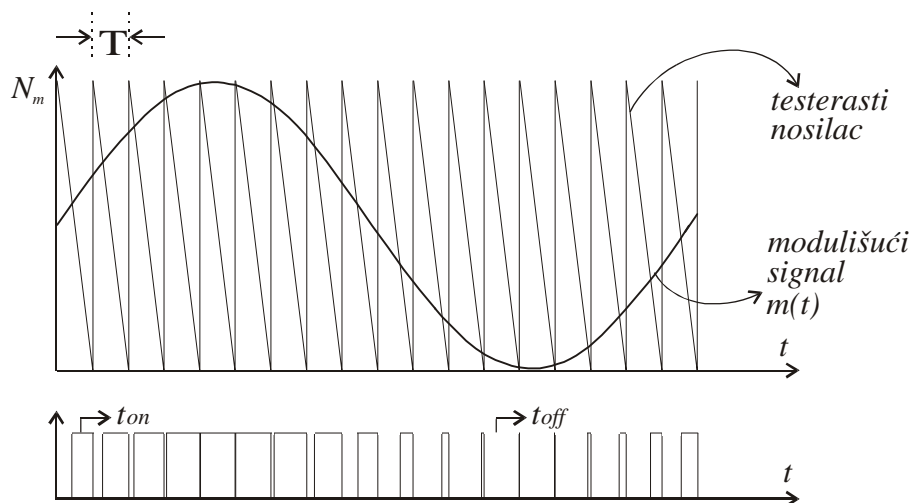
$$u_{ac(sr)} = \frac{E \cdot A}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \frac{p}{6})$$

$$u_{bc(sr)} = \frac{E \cdot A}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(\omega_s \cdot t - \frac{3 \cdot p}{6})$$

(zanemarujući HF komponente).

- formalno, napon ne mora da bude sinusoidalnog oblika, već će zavistiti i od reference, poremećaja i drugih uslova rada. Samo u stacionarnom stanju će biti sinusan.

### a) PWM SA TESTERASTIM NOSIOCEM



(na slici je prikazan slučaj ako je  $T=1\text{ms}$ , tj.  $f=1\text{kHz}$ , a obično je  $f=2\text{kHz}$  ili više)

Poredimo testerasti nosilac sa modulišućim signalom.

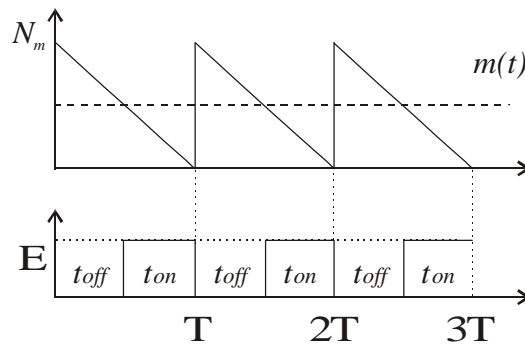
$m(t) \rightarrow$  modulišući signal

$N_m \rightarrow$  amplituda nosioca

Ako je  $m(t) > t.n.(t) \Rightarrow t_{on}$

$m(t) < t.n.(t) \Rightarrow t_{off}$

uvećano:



(u toku par perioda  $m(t)$  se skoro i ne menja)

$$t_{on} = T \cdot \frac{m(t)}{N_m} \Rightarrow U_{i(sr)} = E \cdot \frac{m(t)}{N_m}$$

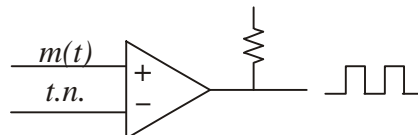
Iz sličnih trouglova:

$$\left[ \frac{t_{on}}{T} = \frac{m(t)}{N_m} \right]$$

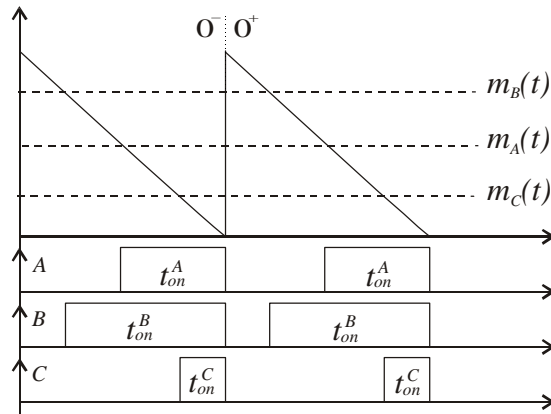
$\Rightarrow$  Zanemarujući HF komponentu izlaznog napona, jedan „leg“ (faza) invertora se može modelirati i koristiti u upravljanju kao:



Takođe, ovo se može izvesti i analogno:



- Posmatramo sve tri faze invertora pri PWM modulaciji sa testerastim nosiocem, da bi uočili nedostatke.



Šta se dešava kada nosilac ima beskonačnu strminu:

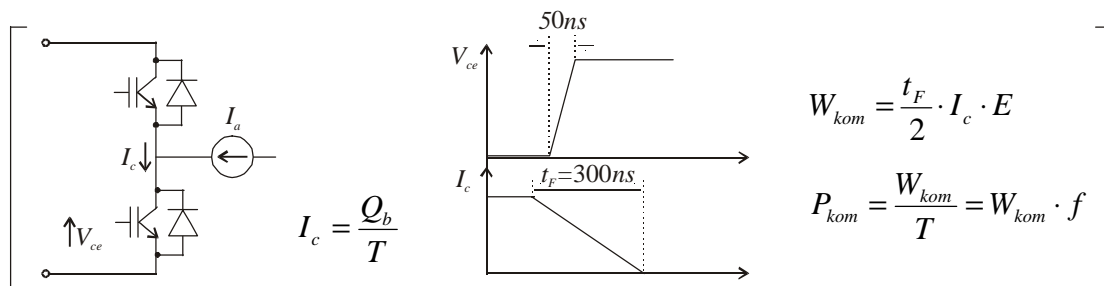
- pre ivice ( $0^-$ ):
 
$$u_a = u_b = u_c = E$$

$$u_{ab} = u_{bc} = u_{ca} = 0$$
- posle ivice ( $0^+$ ):
 
$$u_a = u_b = u_c = 0$$

$$u_{ab} = u_{bc} = u_{ca} = 0$$

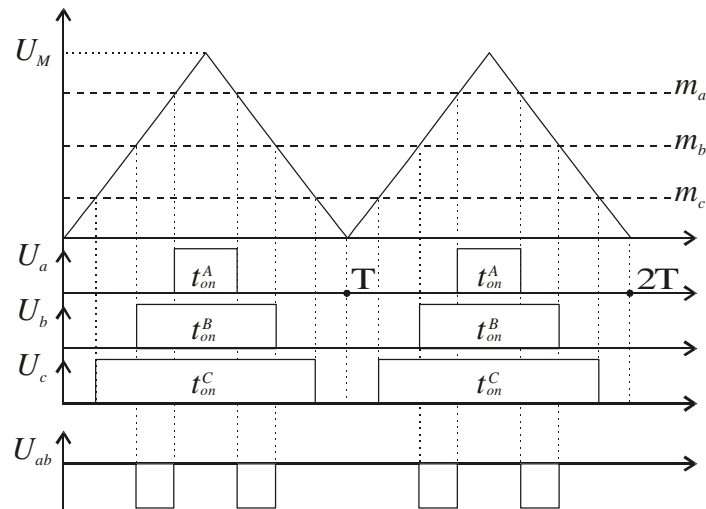
Sa testerastim nosiocem broj komutacija je veliki, a u pogledu upravljanja se od  $0^-$  do  $0^+$  ništa nije postiglo (linijski napon nepromenjen).

Treba umanjiti broj komutacija (promena stanja) što više jer se pri svakoj komutaciji gubi snaga (disipira određena energija u prekidačima).



Zbog ovoga se ide na trougaoni nosilac.

## b) PWM SA TROUGLASTIM NOSIOCEM

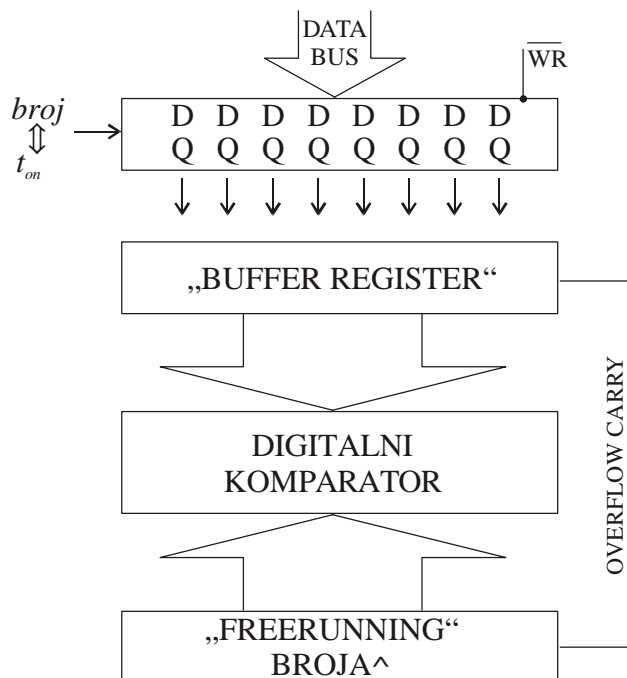


Kod testerastog nosioca, od šest komutacija u periodu (po dve u svakoj fazi), tri bacamo.

Kod trougaonog nosioca, pri svakoj komutaciji dolazi i do promene linijskog napona (ni jedna nije uzalud). Međutim, ona je nešto teža za implementaciju (brojač treba da broji u oba smera).

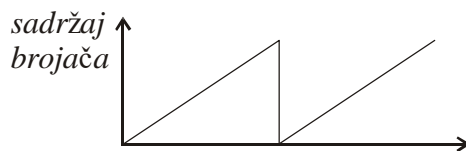
Takođe, ovde imamo dve promene linijskog napona (dva impulsa) u periodu, pa je frekvencija viših harmonika veća te su zanemarljiviji.

### Implementacija



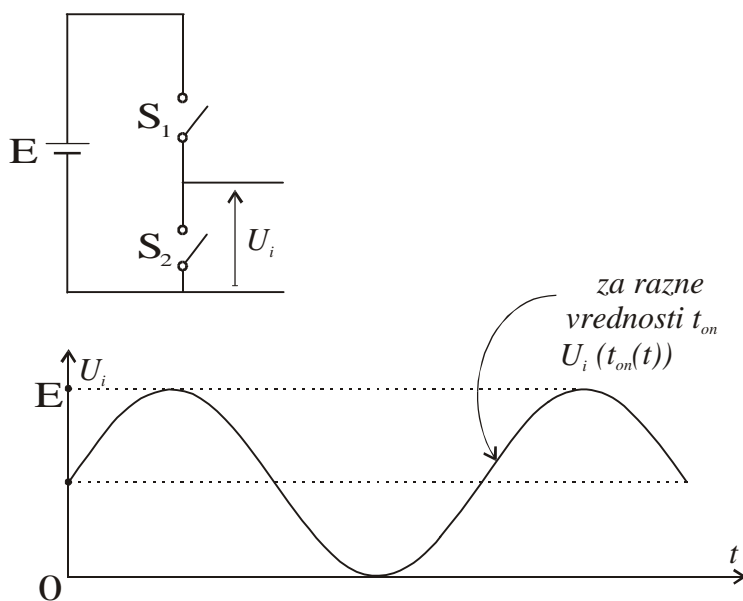
Po prekoračenju (npr. FF za osmobaritni) „freerunning“ brojač daje signal za učitavanje novog podatka sa DATA-BUS-a iz mikrokontrolera koji je proporcionalan vremenu  $t_{on}$ , a posle toga počinje da broji iznova.

(ovo je „HSO“, highspeed output ili CAPTURE/COMPARE)



Za trougaoni nosilac, brojač mora da ima ulaz za brojanje naviše i naniže, UP/DOWN a ne FREERUNNING.

### MAX IZLAZNI NAPON ?



$$\text{Za } t_{on} \sim 0 \Rightarrow u_i \approx 0$$

$$\text{Za } t_{on} \sim T \Rightarrow u_i \approx E$$

$$u_i^F = \frac{E}{2} + A \cdot \frac{E}{2} \cdot \cos \omega_s \cdot t$$

$$\text{za } A=0 \Rightarrow u_i = \frac{E}{2}$$

$$\text{za } A=1 \Rightarrow u_{i \max} = E$$

$$u_{i \min} = 0$$

$$U_{RMS}^F = \frac{E}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

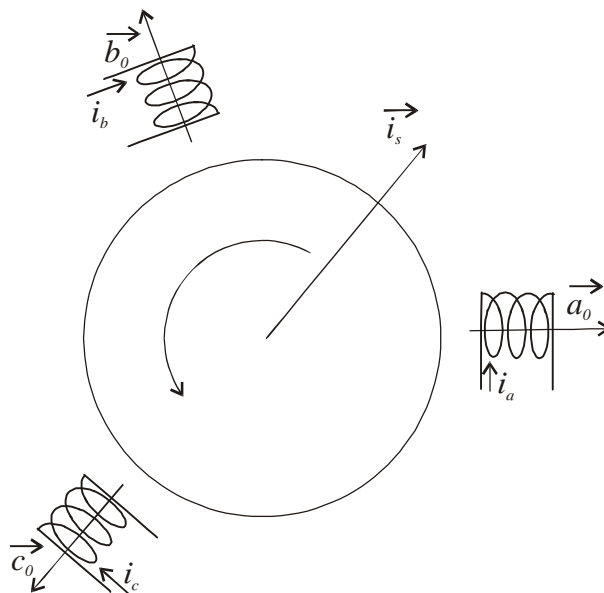
$$U_{RMS}^{LIN} = \frac{E}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3} \cdot U_{RMS}^F$$

(16.1)

### c) „SPACE VECTOR” MODULACIJA

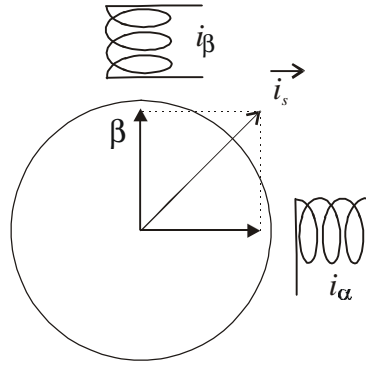
- To je modulacija primenom metode prostornih vektora.
- U trofaznim naponima i strujama su samo dve funkcije nezavisne (dva napona ili dve struje), dok je treća zavisna od prve dve. Zato nije racionalno upravljati sa tri invertorske nožice nezavisno (tj. izazvati komutaciju na njima).

Uvođenjem algoritma koji uključuje i spregu treće faze sa prve dve, mogu se postići bolji rezultati.

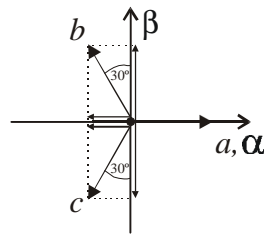


Treba na jedinstven način modelovati prekidački most.

Pošto su samo dve promenljive stanja nezavisne, a treća linearno zavisna od njih, onda se mašina može ekvivalentirati sa jednom dvofaznom mašinom sa nezavisnim promenljivim stanja.



- To se radi pomoću Klarkove transformacije.
- Osa faze  $a$  se poklapa sa osom faze  $\alpha$ , a faza  $b$  je normalna na nju.
- Projektovanjem strujnog vektora  $\vec{i}_s$  (odnosno,  $\vec{i}_a, \vec{i}_b$  i  $\vec{i}_c$ ) na ose  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$  dobija se:



$$i_a = i_a - \frac{1}{2} \cdot i_b - \frac{1}{2} \cdot i_c$$

$$i_b = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (i_b - i_c)$$

⇓

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

$$(\vec{i}_s = i_a \cdot \vec{a}_0 + i_b \cdot \vec{b}_0 + i_c \cdot \vec{c}_0 = i_a \cdot \vec{a}_0 + i_b \cdot \vec{b}_0)$$

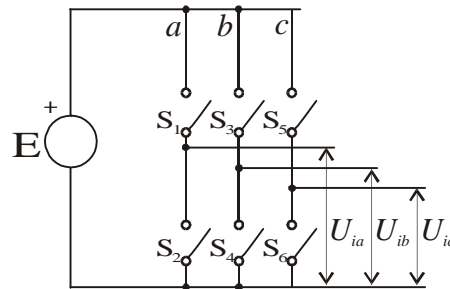
Takođe je:

$$\begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \quad (17.1.)$$

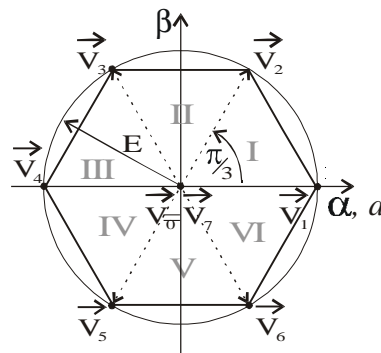


Obično se uz matricu transformacije ubacuje i koeficijent  $K = \left(1, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}\right)$  koji se koristi za invarijantnost po fazi (za struju, snagu, kad  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{a}$  faze imaju isti broj namotaja).

— Usvaja se konvencija za obeležavanje stanja svakog lega sa A, B, C.



$$\begin{aligned}
 A = 1 &\Rightarrow u_{ia} = E \\
 A = 0(\bar{A}) &\Rightarrow u_{ia} = 0 \\
 &\vdots \\
 C = 1 &\Rightarrow u_{ic} = E \\
 C = 0(\bar{C}) &\Rightarrow u_{ic} = 0
 \end{aligned}$$



(18.1)

Ima osam različitih kombinacija kojima odgovara po jedan vektor u  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  koordinatnom sistemu.

VEKTORI	$U_{ia}$	$U_{ib}$	$U_{ic}$	$U_{\alpha}$	$U_{\beta}$
$\vec{V}_0 = ABC$	E	E	E	0	0
$\vec{V}_1 = A\bar{B}\bar{C}$	E	0	0	E	0
$\vec{V}_2 = AB\bar{C}$	E	E	0	E/2	$\sqrt{3}E/2$
$\vec{V}_3 = \bar{A}B\bar{C}$	0	E	0	-E/2	$\sqrt{3}E/2$
$\vec{V}_4 = \bar{A}BC$	0	E	E	-E	0
$\vec{V}_5 = \bar{A}\bar{B}C$	0	0	E	-E/2	$-\sqrt{3}E/2$
$\vec{V}_6 = A\bar{B}C$	E	0	E	E/2	$-\sqrt{3}E/2$
$\vec{V}_7 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$	0	0	0	0	0

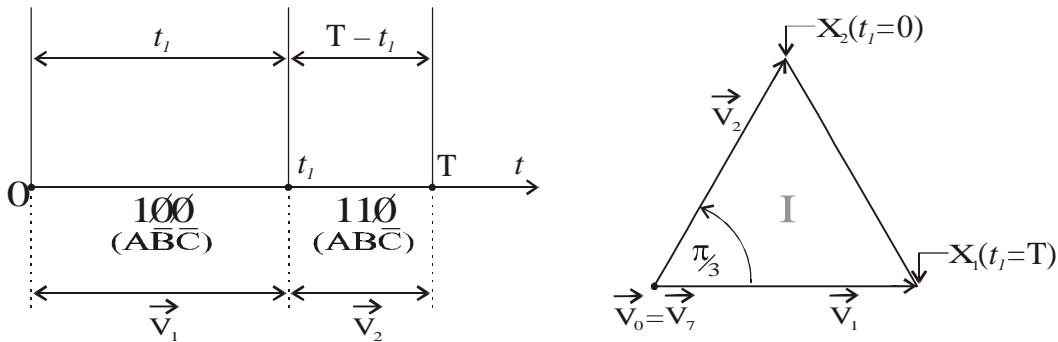
- $U_a$  i  $U_b$  su izračunati iz (16.1).
- Kod vektora  $\vec{v}_1$  do  $\vec{V}_6$ , njihovi moduli iznose:

$$|\vec{u}_{ab}| = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = E \Rightarrow \text{nalaze se na kružnici.}$$

- $\vec{V}_0$  i  $\vec{V}_7$  se nalaze u centru. (Ovi vektori dovode napon nula na sve tri izlazne faze).

— Iz ove tabele se dobija slika (18.1). Kao što se vidi, vektorima  $\vec{V}_0$  do  $\vec{V}_7$  smo dobili smo naznačene tačke u  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  ravni, koje određuju određene strujne (tj. naponske) vektore. Kombinacijom dva susedna vektora (koja pripadaju istom segmentu) i, eventualno jednom od dva nulta vektora, možemo dobiti bilo koju tačku upisanu u naznačeni šestougao.

### **PRIMER 1: (bez nultog vektora)**



Posmatramo segment I.

Za  $t_1 = 0 \Rightarrow$  u celoj periodi ima se  $\vec{V}_2 \Rightarrow$  srednja vrednost napona prikazana tačkom  $X_2$ .  
 Za  $t_1 = T \Rightarrow$  u celoj periodi ima se  $\vec{V}_1 \Rightarrow$  srednja vrednost napona prikazana tačkom  $X_1$ .

$$\boxed{(\vec{u}_{ab})_{srednje} = \frac{t_1}{T} \cdot \vec{V}_1 + \frac{T-t_1}{T} \cdot \vec{V}_2} \quad (\text{za dati primer}) \quad (19.1)$$

Lako se može pokazati da će za vrednosti  $t_1 \in (0, T)$  tačka X, odnosno rezultatni vektor (srednja vrednost napona), klizati po duži  $\overline{X_2 X_1}$ , od tačke  $X_2$  do tačke  $X_1$ , pri porastu vremena  $t_1$ .

Jednačinu (19.1) razvijemo u dve skalarne:

$$u_a = \frac{t_1}{T} \cdot |\vec{V}_1|_a + \frac{T-t_1}{T} \cdot |\vec{V}_2|_a = \frac{t_1}{T} \cdot E + \frac{T-t_1}{T} \cdot \frac{E}{2}$$

$$u_b = \frac{t_1}{T} \cdot |\vec{V}_1|_b + \frac{T-t_1}{T} \cdot |\vec{V}_2|_b = \frac{t_1}{T} \cdot 0 + \frac{T-t_1}{T} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2}$$

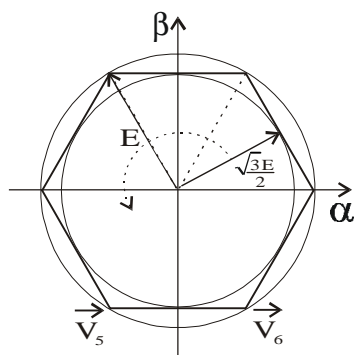
$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow u_a &= \frac{E}{2} + x \cdot \frac{E}{2} = \frac{E}{2} \cdot (1+x) \\ u_b &= (1-x) \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2} \end{aligned} \right\} x = \frac{t_1}{T}$$

Treba pokazati da je:  $u_b = m \cdot u_a + n$ , odnosno da su ove veličine u linearnoj zavisnosti

(m,n → koeficijenti) za svako  $x$ .

Za:  $m = -\sqrt{3}$   
 $n = \sqrt{3} \cdot E$  Ova jednakost je zadovoljena.

⇒ Kombinujući dva susedna vektora (primenjujući prvo jedan, pa drugi u periodu T), vrh rezultujućeg vektora (srednje vrednosti napona) će se uvek nalaziti na šestouglu.



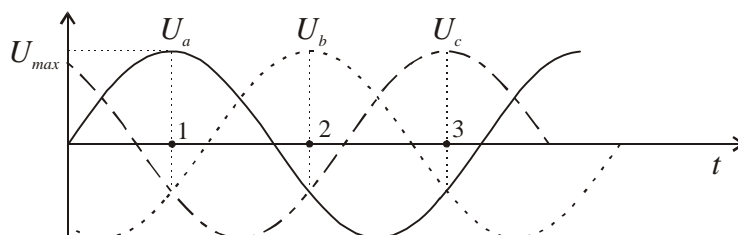
Da bi napon na mašini bio trofazan i simetričan,  $u_a, u_b$  i  $u_c$  moraju biti sinusne funkcije, pa stoga i  $u_a$  i  $u_b$ .

Kada vektor napona rotira, on ne sme da menja svoju amplitudu. Zato je maksimalan napon jednak poluprečniku upisanog kruga u šestougao.

$$\boxed{|\vec{u}_{ab}|_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot E} \quad (20.1.)$$

↙ srednje  
(srednjih vrednosti napona)

Kako  $\vec{u}_{ab}$  rotira?



Posmatraćemo tri karakteristična slučaja:

$$1. u_a = U_{\max}$$

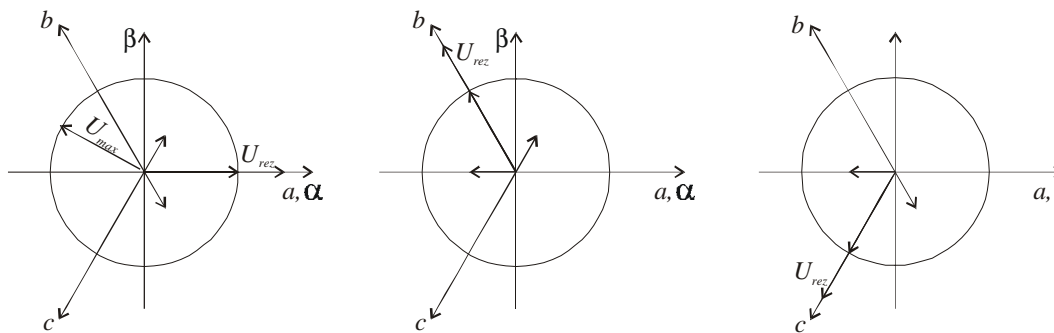
$$u_b = u_c = -\frac{1}{2} \cdot U_{\max}$$

$$2. u_b = U_{\max}$$

$$u_a = u_c = -\frac{1}{2} \cdot U_{\max}$$

$$3. u_c = U_{\max}$$

$$u_a = u_b = -\frac{1}{2} \cdot U_{\max}$$



$$\vec{u}_{rez} = u_a \cdot \vec{a}_0 + u_b \cdot \vec{b}_0 + u_c \cdot \vec{c}_0 = u_a \cdot \vec{a}_0 + u_b \cdot \vec{b}_0 = \vec{u}_{ab}$$

$$1. u_a = U_{\max} + 2 \cdot \frac{U_{\max}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot U_{\max}$$

$$u_b = 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{U_{\max}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{U_{\max}}{2} = 0$$

$$\Rightarrow |\vec{u}_{ab}|_{\max} = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = \frac{3}{2} \cdot U_{\max, fazno}$$

$[K = 1]$  invarijantost po struji

$$2. u_a = -\frac{U_{\max}}{2} - \frac{1}{2} \cdot U_{\max} + \frac{1}{2} \cdot U_{\max} = -\frac{3}{4} \cdot U_{\max}$$

$$u_b = 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U_{\max} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{U_{\max}}{2} = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot U_{\max}$$

$$\Rightarrow |\vec{u}_{ab}|_{\max} = \sqrt{\left(\frac{9}{16} + \frac{27}{16}\right) \cdot U_{\max}^2} = \frac{3}{2} \cdot U_{\max, fazno}$$

$$3. u_a = -\frac{U_{\max}}{2} + \frac{U_{\max}}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot U_{\max} = -\frac{3}{4} \cdot U_{\max}$$

$$u_b = 0 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{U_{max}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot U_{max} = -3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot U_{max}$$

$$\Rightarrow \left| \vec{u}_{ab} \right|_{max} = \frac{3}{2} \cdot U_{max, fazno} \quad (22.1.)$$

Znači, kod trofaznog simetričnog sistema, rezultatni vektor napona se obrće u **a, b** ravni, ne menjajući pri tom svoj moduo.

Upravo to i želimo da dobijemo korišćenjem invertora: rezultatni naponski vektor (srednjih vrednosti napona u intervalu T, tj. u periodu  $(t_{on} + t_{off})$ ) koji će imati željenu amplitudu i ugaonu brzinu. Međutim, pošto srednje vrednosti izlaznih faznih napona ipak odstupaju od sinusoide,  $u_{rez}$  neće opisivati idealan krug u **a, b** ravni (odstupaće usled HF).

## MAKSIMALNI IZLAZNI NAPON ?

Iz jednačine (20.1) vidimo koliki sme biti maksimalni rezultatni napon u **a, b** ravni da bi imali trofazan simetričan sistem za napajanje mašine.

Sada treba da odredimo maksimalan fazni napon koji odgovara naponu  $\left| \vec{u}_{ab} \right|_{max}$ .

Iz jednačine (22.1) sledi:

$$U_{max}^F = \frac{2}{3} \cdot \left| \vec{u}_{ab} \right|_{max} \quad (22.2)$$

$$\Rightarrow u_a = U_{max}^F \cdot \cos \mathbf{w} \cdot t$$

$$u_b = U_{max}^F \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t - 120^\circ)$$

$$u_c = U_{max}^F \cdot \cos(\mathbf{w} \cdot t - 240^\circ)$$

$$\text{Iz (22.2.) i (20.1.)} \Rightarrow U_{max}^F = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot E = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot E$$

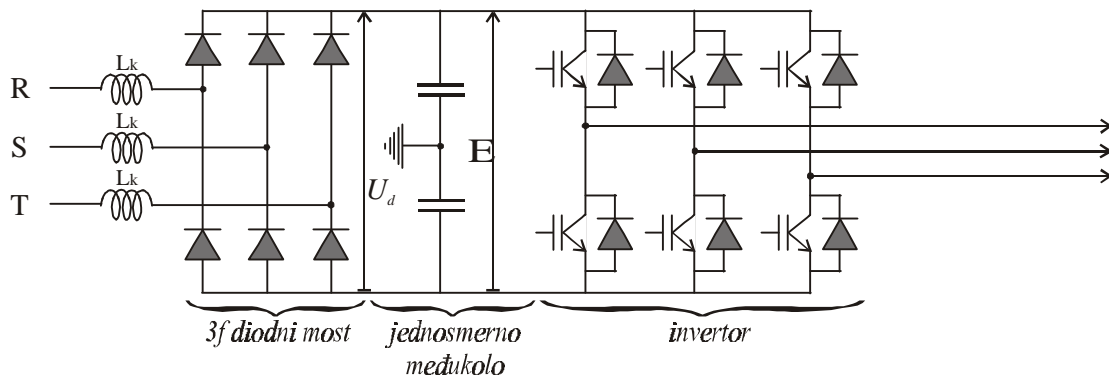
$$\Rightarrow U_{RMS}^F = \frac{U_{max}^F}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \cdot 3} \cdot E \quad (\text{sinusna funkcija deli se sa } \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{RMS}^{LIN} = \sqrt{3} \cdot U_{RMS}^F = \frac{E}{\sqrt{2}}} \quad (22.3)$$

Poredeći jednačine (16.1) i (22.3) dobijamo da je:

$$\Rightarrow \boxed{\left( U_{RMS}^{LIN} \right)_{SPACE VECTOR} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left( U_{RMS}^{LIN} \right)_{SINUSNA MODULACIJA}}$$

što znači da koristeći isti hardver možemo sa „space vector“ modulacijom dobiti veći napon za 16% nego u slučaju sinusne modulacije, i uz istu struju je i 16% veća snaga.



- Inverter napajan trofaznim naponom (mrežnim) preko diodnog mostnog ispravljača ima na ulazu jednosmerni napon:

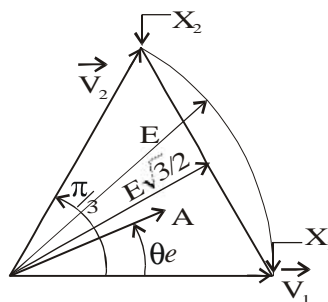
$$U_d = U_{RMS}^F \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{p} = U_{RMS}^{LIN} \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{p} = E, \left[ \frac{3 \cdot \sqrt{6} \cdot U_{RMS}^F \cdot \cos a, a=0}{p} \right]$$

$$\Rightarrow (U_{RMS}^{LIN})_{SINUSNA\ MODULACIJA} = \frac{E}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{380 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot p} \approx 314V$$

$$(U_{RMS}^{LIN})_{SPACE\ VECTOR} = \frac{E}{\sqrt{2}} \approx 363V$$

Sinusnom modulacijom može se doći do  $\approx 320V$  AC izlaznog napona, a sa "space vector" skoro  $370V$  AC, što se već može primeniti na motor od  $3 \times 380V$  (ipak se ne može doći do nominalne brzine).

### **PRIMER 2: (sa nultim vektorom)**



Najčešće, napon koji nam je potreban ima manju amplitudu od maksimalne  $\frac{\sqrt{3} \cdot E}{2}$ .

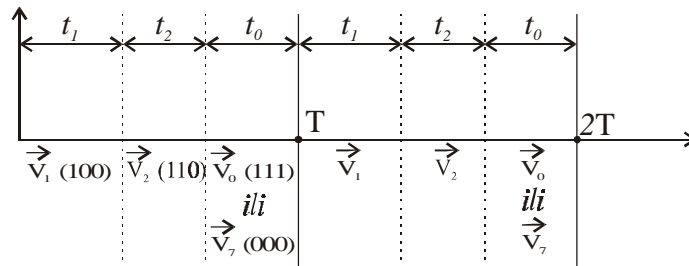
Označimo njegovu amplitudu sa A.

$$u_a = A \cdot \cos q_e$$

$$u_b = A \cdot \sin q_e$$

Posmatrajmo I segment, oivičen vektorima  $\vec{V}_1$  i  $\vec{V}_2$ . Napon amplitude A se ne može dobiti samo pomoću ova dva vektora jer se njime dobijaju tačke na duži  $\overline{X_1 X_2}$ .

Moramo da koristimo i nulti vektor, tj. periodu  $T$  ćemo podeliti na tri intervala i u svakom od njih koristiti po jedan vektor.



$$t_0 = T - t_1 - t_2$$

(vremena  $t_1$  i  $t_2$  se iz periode u periodu menjaju, da bi se rezultantni naponski vektor okretao u  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  ravni).

U segmentu I, ako se vremena  $t_1, t_2$  i  $t_0$  odrede kao :

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \frac{A}{|\vec{u}_{ab}|_{\text{srednje max}}} \cdot T \cdot \sin\left(\frac{\mathbf{p}}{3} - \mathbf{q}_e\right) = \frac{A}{\sqrt{3} \cdot \frac{E}{2}} \cdot T \cdot \sin\left(\frac{\mathbf{p}}{3} - \mathbf{q}_e\right) \\ t_2 &= \frac{A}{|\vec{u}_{ab}|_{\text{srednje max}}} \cdot T \cdot \sin \mathbf{q}_e = \frac{A}{\sqrt{3} \cdot \frac{E}{2}} \cdot T \cdot \sin \mathbf{q}_e \\ t_0 &= T - t_1 - t_2 \end{aligned} \right\} \quad (24.1)$$

onda će  $\vec{u}_{ab}$  imati amplitudu  $A$  i pomeraj u odnosu na  $\mathbf{a}$  jednak  $\mathbf{q}_e$ . Pri rastu ugla  $\mathbf{q}_e$  sledi  $t_1$  opada,  $t_2$  raste, a amplituda ostaje ista, tj. menjajući vremena po datim formulama, rezultantni naponski vektor (srednjih vrednosti napona) će se obrtati u okviru segmenta I, sa amplitudom  $A$ .

**Dokaz:**

$$\left. \begin{aligned} u_{a_{sr}} &= \frac{t_1}{T} \cdot |\vec{V}_1|_a + \frac{t_2}{T} \cdot |\vec{V}_2|_a + \frac{t_0}{T} \cdot |\vec{V}_0|_a \\ u_{b_{sr}} &= \frac{t_1}{T} \cdot |\vec{V}_1|_b + \frac{t_2}{T} \cdot |\vec{V}_2|_b + \frac{t_0}{T} \cdot |\vec{V}_0|_b \end{aligned} \right\} \quad (24.2.)$$

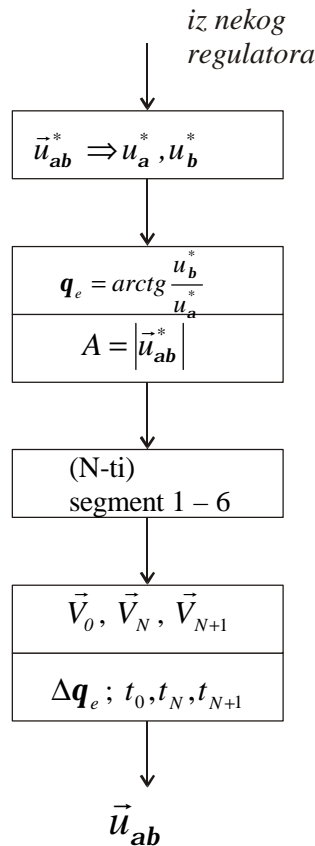
$$m = \frac{A}{|\vec{u}_{ab}|_{\text{srednje max}}} = \frac{A}{\frac{\sqrt{3} \cdot E}{2}}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow u_a &= \frac{m \cdot T \cdot \sin(\mathbf{q}_e + \mathbf{p}/3)}{T} \cdot E + \frac{m \cdot T \cdot \sin(\mathbf{q}_e)}{T} \cdot \frac{E}{2} + \frac{T - t_1 - t_2}{T} \cdot 0 = \\
&= m \cdot E \cdot \left( \sin \mathbf{p}/3 \cdot \cos \mathbf{q}_e - \cos \mathbf{p}/3 \cdot \sin \mathbf{q}_e \right) + m \cdot \frac{E}{2} \cdot \sin \mathbf{q}_e = \\
&= m \cdot E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \mathbf{q}_e - m \cdot E \cdot \frac{1}{2} \sin \mathbf{q}_e + m \cdot \frac{E}{2} \cdot \sin \mathbf{q}_e = \\
&= \frac{A \cdot E}{\sqrt{3} \cdot E/2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \cos \mathbf{q}_e \\
&= A \cdot \cos \mathbf{q}_e \\
u_b &= \frac{m \cdot T \cdot \sin(\mathbf{p}/3 - \mathbf{q}_e)}{T} \cdot 0 + \frac{m \cdot T \cdot \sin \mathbf{q}_e}{T} \cdot \frac{E \cdot \sqrt{3}}{2} = \\
&= \frac{A}{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot E} \cdot \sin \mathbf{q}_e \cdot E \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\
&= A \cdot \sin \mathbf{q}_e
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left| \vec{u}_{ab} \right|_{sr} = \sqrt{u_a^2 + u_b^2} = A$$

$\Rightarrow$  za svako  $\mathbf{q}_e$  kome odgovaraju jedan skup vremena  $t_1, t_2, t_0$ , amplituda vektora u posmatranom segmentu je nepromenjena i jednaka zadatoj.

### STRUKTURA REGULACIJE:

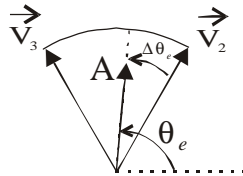




- Prvo iz nekog regulatora dajemo zahtev za određeni rezultatni vektor napona. Mikroprocesor izračunava njegove, jednoznačno određene, komponente.
- Preko njih određujemo komponente i moduo vektora, te ugao koji zaklapa sa  $\mathbf{a}$  osom.
- Pomoću ugla  $\mathbf{q}_e$ , određuje se broj segmenata u kome se traženi vektor nalazi.
- Dalje, iz segmenta (njegovog broja) se određuju vektori koji će se primenjivati, tj. koji će se invertorski prekidači upaliti, a koji ugasiiti.
- Određuje se  $\Delta \mathbf{q}_e$  kao:

$$\Delta \mathbf{q}_e = \mathbf{q}_e - (N-1) \cdot \mathbf{P} / 3$$

- Izračunavaju se vremena  $t_0, t_N, t_{N+1}$ , tj. dužina trajanja N-tih vektora iz (24.1) s tim što ćemo u tim jednačinama umesto  $\mathbf{q}_e$  pisati  $\Delta \mathbf{q}_e$  (i naravno, umesto  $\vec{V}_1$  i  $\vec{V}_2, \vec{V}_N$  i  $\vec{V}_{N+1}$ ).
- Primenujući na dobijene vektore izračunata vremena, na izlazu iz invertora dobijamo naponski vektor određen sa zahtevanom jednačinom (24.2).



ako smo u drugom segmentu,  $N = 2$

$$\Rightarrow t_2 = mT \cdot \sin\left(\frac{\mathbf{P}}{3} - D\mathbf{q}_e\right)$$

$$t_3 = mT \cdot \sin(D\mathbf{q}_e)$$

$$t_0 = T - t_2 - t_3$$

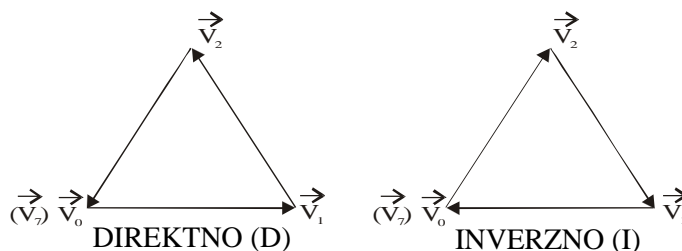
$$\Rightarrow U_a = \frac{t_2}{T} |\vec{V}_2|_a + \frac{t_3}{T} |\vec{V}_3|_a + \frac{t_0}{T} |\vec{V}_0|_a$$

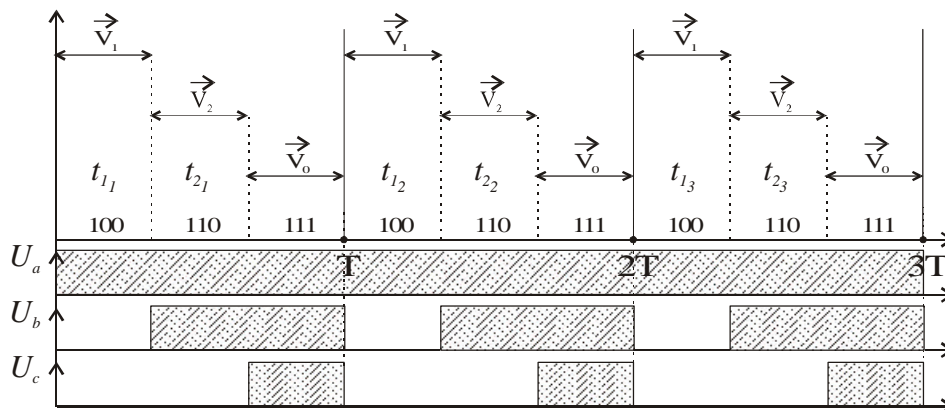
$$U_b = \frac{t_2}{T} |\vec{V}_2|_b + \frac{t_3}{T} |\vec{V}_3|_b + \frac{t_0}{T} |\vec{V}_0|_b$$

## RADNI ALGORITMI SV MODULACIJE

Kada smo odredili vektore i vreme njihovog trajanja u periodi T, mi ih možemo aplicirati u različitom redosledu.

### 1° Direktno i inverzno sekvenciranje





(D sekvenciranje, uz korišćenje samo jednog nultog vektora)

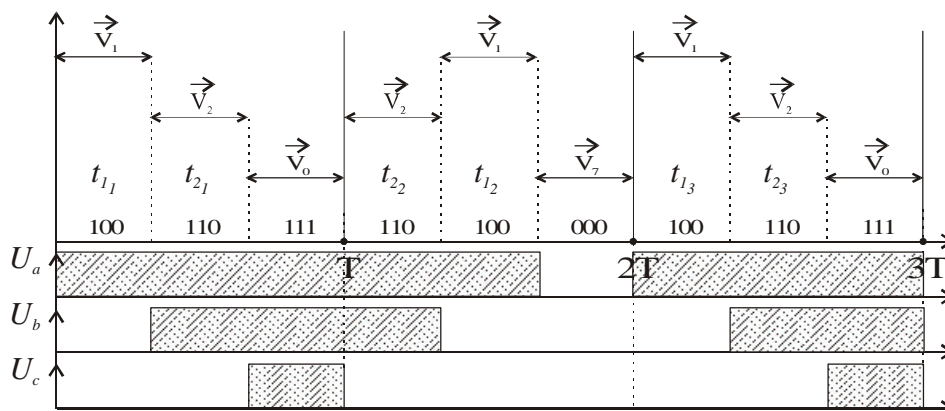
Za razliku od sinusne modulacije, koja ima šest modulacija po periodi, ovde ih imamo četiri.

Nije dobro koristiti stalno isti nulti vektor, npr.  $\vec{V}_0 = 111$ , jer bi to značilo da bi gornji prekidači više vodili od donjih i više se grejali.

(Da smo ovde stavili  $\vec{V}_7$  umesto  $\vec{V}_0$ , broj komutacija bi ostao isti, promenili bi se talasni oblici napona).

- Da bi sprečili grejanje samo jedne grupe pretvarača, može se napraviti takav algoritam da se, na primer, u parnom segmentu koristi jedan nulti vektor, a u neparnom drugi.
- Međutim, ako imamo SM sa servo pozicionom regulacijom gde se rotor drži u jednoj poziciji, rezultatni naponski vektor će mirovati u nekom segmentu i opet će se neki prekidači koristiti više od drugih. Zato možemo menjati nulti vektor iz periode u periodu.
- Ako iz periode u periodu ne menjamo smer sekvence, dobija se **D - D** ili **i - i** SPACE VEKTOR modulacija.

## 2<sup>o</sup> D - i SEKVENCIRANJE

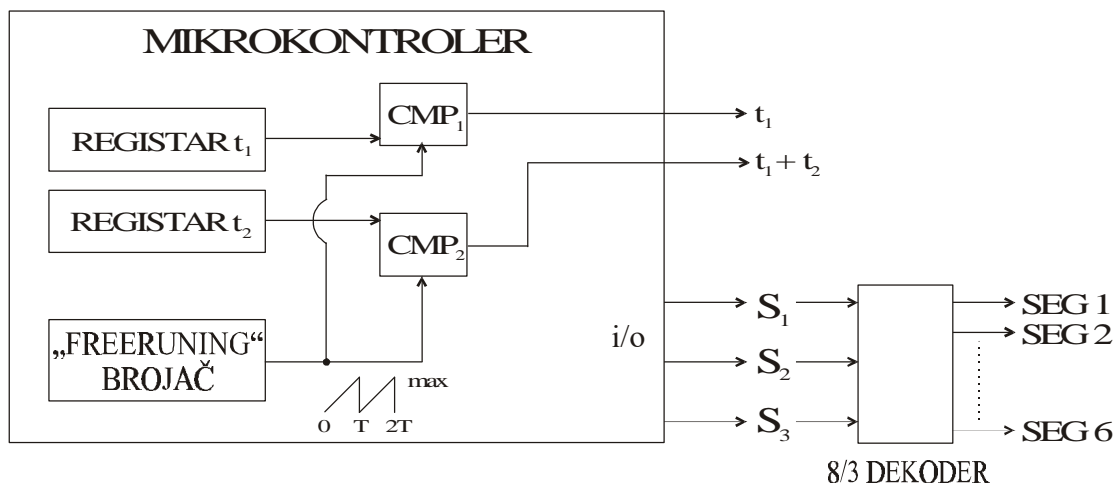


Ovakvim sekvenciranjem dobijamo po jednu komutaciju za svaku promenu vektora, odnosno po tri komutacije u periodu.

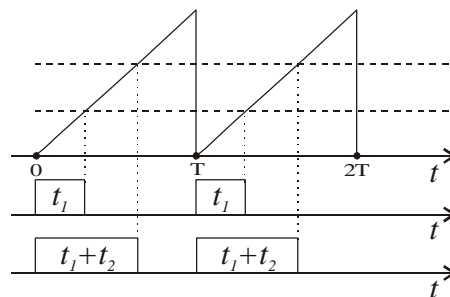
Međutim, dominantna HF komponenta u faznom naponu, kao što se vidi sa slike će se ponavljati na  $2T$ , odnosno, njena frekvencija biće  $1/2T$ , znači duplo manja nego u prethodnom slučaju. To dovodi do nešto većih strujnih odstupanja (usled HF harmonika).

(ipak, ta HF komponenta se u izvesnoj meri poništava u fazama a, b i c i ne odražava se mnogo negativno na talasni oblik struje)

### Implementacija:

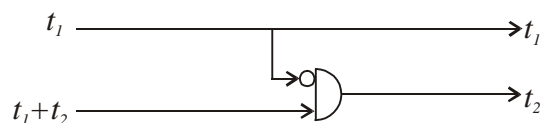


- U registre  $t_1$  i  $t_2$  se upisuju brojevi koji su numerički između 0 i  $t_{max}$ , i proporcionalni su potrebnim vremenima.

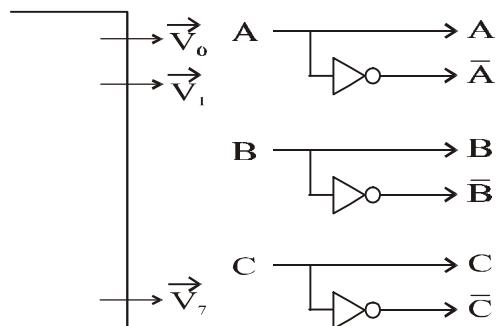


— Kao kod modulacije sa trougaonim nosiocem

— Dok je broj u brojaču manji nego onaj koji je iz registra  $t_1$  ubačen u komparator  $\Rightarrow$  na izlazu iz komparatora imaćemo signal koji će, znači, trajati potrebno vreme  $t_1$ .



Obično se u mikrokontroleru ne može nezavisno generisati impuls za  $t_1$  i  $t_2$ , pa se onda izvode impulsi za  $t_1$  i  $t_2+t_2$ , a onda se, kao što je prikazano, dobija  $t_2$ .

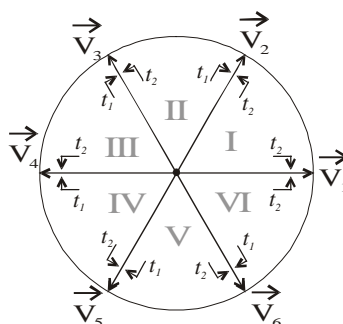


Obično se iz mikrokontrolera izvode tri signala koji definišu u kom se segmentu naponski vektor nalazi.

Iz ovoga, i iz impulsa (za  $t_1$  i  $t_2$ ) potrebno je odrediti šest signala (u suštini samo tri):  $A$ ,  $\bar{A}$ ,  $B$ ,  $\bar{B}$ ,  $C$ ,  $\bar{C}$ .

### Kako odrediti kod za $A$ , $B$ , $C$ ?

- Prvo se iz  $t_1$ ,  $t_2$ , i  $\text{seg1}$ ,  $\text{seg2}$ , ...  $\text{seg6}$  odredi koji će se vektori ( $\vec{V}_0 \div \vec{V}_7$ ) koristiti.



Usvajamo:

prvi vektor u segmentu (za  $\text{seg3} \rightarrow \vec{V}_3$ ) imaće dužinu trajanja  $t_1$ , a drugi  $t_2$ . Na izlazu iz mikrokontrolera imamo samo  $t_1$  i  $t_2$ , a ne  $t_1 \div t_6$ .

Za ovako definisane impulse vremena imaćemo:

$$V_1 = \text{seg1} * t_1 + \text{seg6} * t_2$$

$$V_2 = \text{seg2} * t_1 + \text{seg1} * t_2$$

⋮

$$V_6 = \text{seg6} * t_1 + \text{seg5} * t_2$$

$V_1 \div V_6$  su sada logički signali koji pokazuju dali je u određenom trenutku odgovarajući vektor aktivan ili ne, a  $+$  i  $*$  su logičke f-je (**ili** i **i**).

NPR: Vektor  $\vec{V}_i$  će biti aktivan ako se sistem nalazi u  $\text{seg}i$  i na izlazu  $t_1$  je logička jedinica, ili ako se sistem nalazi u  $\text{seg}i$  i na izlazu  $t_2$  je logička jedinica (a ona će trajati zadato vreme  $t_1$ , počev od zadatog trenutka).

- Sada određivanje kombinacije ABC možemo izvesti i hardverski (suviše brza akcija za mikrokontroler).

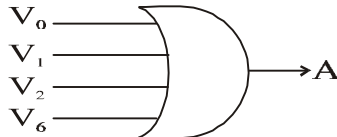
$$A=V_1+V_2+V_6+V_0$$

$$B=V_2+V_3+V_4+V_0$$

$$C=V_4+V_5+V_6+V_0$$

U jednom trenutku može biti aktivan samo jedan vektor ( $\vec{V}_0 \div \vec{V}_7$ ), tj. samo jedna odgovarajuća logička f-ja će biti jednaka logičkoj jedinici.

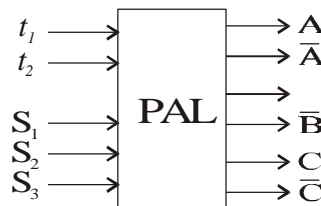
NPR:



Iz „SPACE VECTOR“ tabele vidimo da se za bilo koji od ovih vektora na izlazu ima A (tj. zatvori prekidač  $S_1$ ).

- \* u ovoj hardverskoj izvedbi najmanje  $t$  promene vremena  $t_1$  (odnosno  $t_2, t_0$ ) treba da bude ispod 250ns da bi se napon što preciznije zadavao.

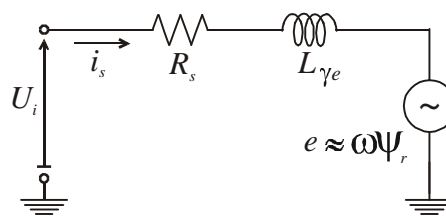
Takođe, ovo se može napraviti u vidu PAL-a.



(izmena stanja  $S_1, S_2, S_3$ , se mora izvesti sinhrono sa prekoračenjem brojača, tj. pri prelasku u sledeću periodu)

## DIGITALNA REGULACIJA STRUJE

Aktuator (trofazni tranzistorski inverter VVVF) i objekat (sinhroni ili asinhroni motor) imaju složen, nelinearan model. Mogu se aproksimirati (jedna faza) sa:



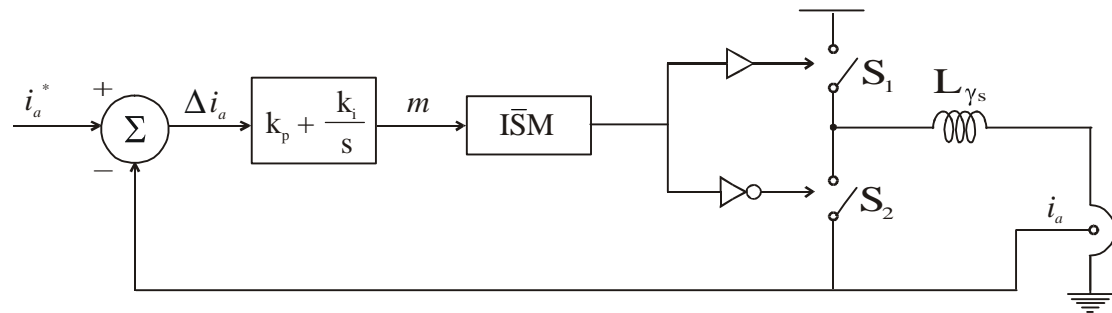
- $U_i$  – napon na izlazu iz konvertora
- $L_{\gamma e}$  – induktivnost rasipanja

kod SM:  $L_{\gamma e} = L_s, L_{dr}, L_{qr}$

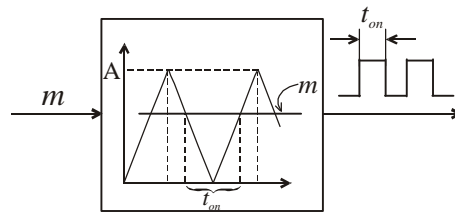
kod AM:  $L_{\gamma e} = (L_R L_S - M^2) / L_R$

**a) linearni strujni regulator u  $\alpha$ - $\beta$  kordinatnom sistemu**

najjednostavniji je PI regulator (u stacionarnom sistemu  $\alpha, \beta$ )

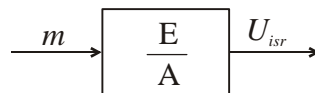


- Motor ćemo posmatrati bez elektromotorne sile ( $e \approx 0$ ) i bez  $R_s$  pa ostaje samo induktivnost rasipanja  $L_{\gamma s}$ . Takođe, posmatra se struja samo u jednoj fazi. Na izlazu iz regulatora nalazi se modulišući signal  $m$  (ulazi u PWM).



- zanemaren  $i$ -ti harmonik u izlaznom naponu na učestanosti komutacije  $f_i$
- modulišući signal  $m$  se poredi sa modulišućim signalom amplitude  $A$ .

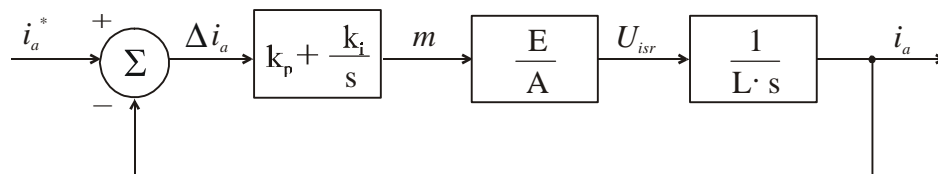
$$\Rightarrow t_{on} = \frac{m}{A} \cdot T \Rightarrow U_{isr} = \frac{t_{on}}{T} \cdot E = \frac{E}{A} \cdot m$$



— dobili smo da se ceo gore nacrtani blok može zameniti sa pojačanjem  $E/A$ .

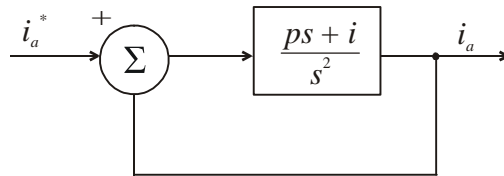
— zanemarili smo harmonijsku komponentu pa smo modulator zamenili pojačanjem, što nije tačno.

- Znači, celu šemu možemo svesti na:



Ovo rešenje nije dobro. Da bi ispitali osobine sistema i videli zašto ne valja treba prvo naći prenosnu f-jku:

$$\left. \begin{aligned} p &= k_p \cdot \frac{E}{A} \cdot \frac{I}{L} \\ i &= k_I \cdot \frac{E}{A} \cdot \frac{I}{L} \end{aligned} \right\} \text{ uvode se relativne vrednosti}$$



ekvivalentan sistem

f-ja spregnutog sistema je:

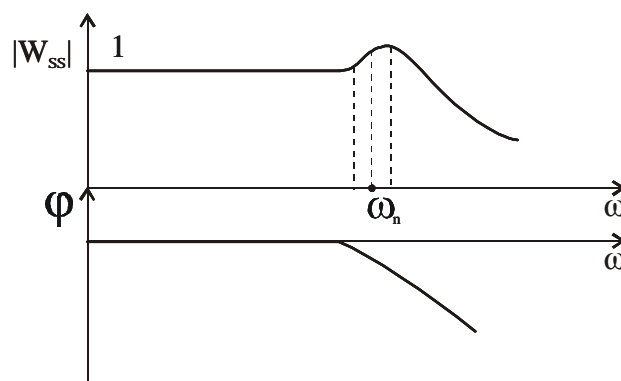
$$W_{ss}(s) = \frac{i(s)}{i^*(s)} = \frac{1 + \frac{p}{i} \cdot s}{1 + \frac{p}{i} \cdot s + \frac{I}{i} \cdot s^2} = \frac{P(s)}{Q(s)}$$

$$\Rightarrow Q(s) = 1 + 2\mathbf{x} \frac{s}{\mathbf{w}_n} + \frac{s^2}{\mathbf{w}_n^2}$$

( $\omega_n \sim i, \mathbf{x} \sim p$ )       $\omega_n$  – prirodna učestanost (amplituda polova imenioca)

$$s = -\mathbf{x}\mathbf{w}_n \pm i\sqrt{1 - \mathbf{x}^2} \cdot \mathbf{w}_n \quad (\text{polovi sistema})$$

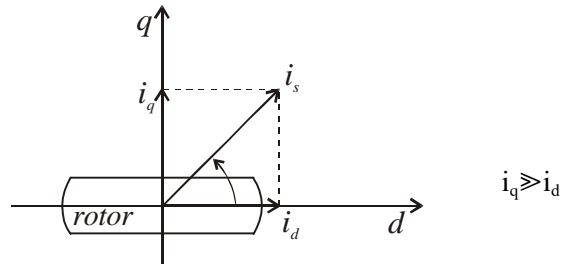
Pošto je  $i_a^*$  naizmenična komponenta,  $i_a^* \sim I_m \cdot \sin(\mathbf{w}_s t)$ , (i ona se reguliše) možemo crtati amplitudsko faznu karakteristiku.



Računom bi dobili da je:  $\arg(W_{ss}(s))|_{s=0} = 0$  {za  $\mathbf{w}_n = 0$  i  $k_p \vee k_I = \infty$ }

$\Rightarrow$  za konačno pojačanje imaćemo amplitudsku grešku (koja se može tolerisati do nekoliko %), ali i **faznu grešku**, što se loše odražava u naizmeničnom pogonu

(doktorat, str. 44).

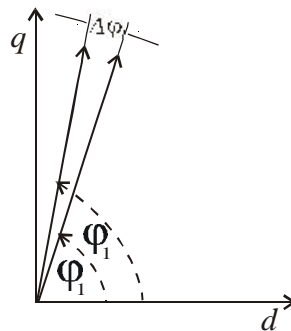


U vektorskom upravljanju:

$i_d \sim \mathbf{y}_R$  (utiče na fluks)

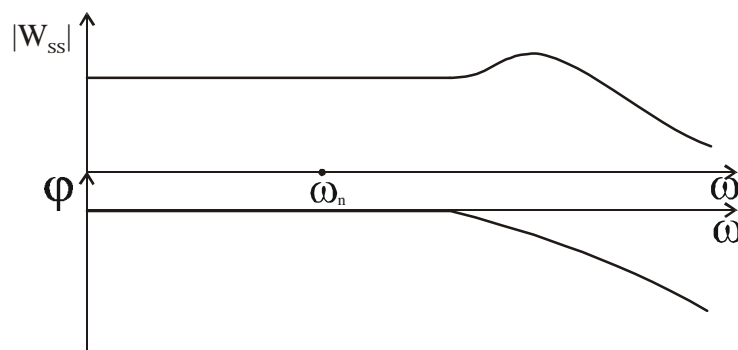
$i_q \sim M_{em}$  (utiče na momenat)

$i_s$  – fazor struje



Kod MNS, za relativno velike vrednosti momenta, mala greška u fazi može da prouzrokuje znatne greške u  $i_d$  i drastično promeni karakteristike motora. Stvarni deo struje će kasniti u odnosu na željenu struju.

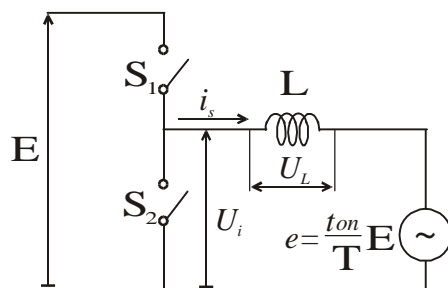
Faznu grešku treba svesti na nulu, a to se može uraditi drastičnim povećanjem propusnog opsega celog sistema. Propusni opseg se može proširiti povećanjem pojačanja  $k_p$ , ali gde su granice?!



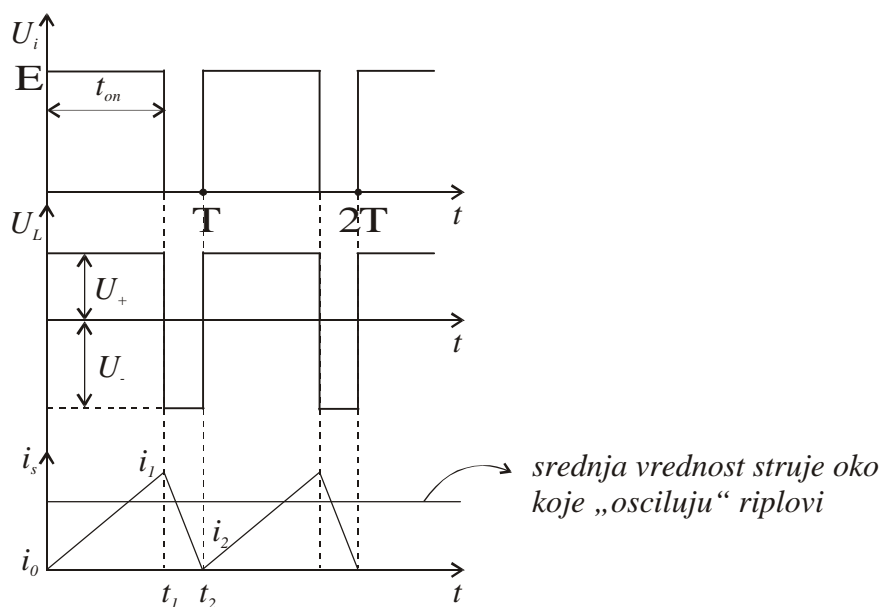
Za sistem koji je prikazan, pojačanje je moguće beskonačno povećati, ali realno to nije tako. Moramo modelovati i ono što smo zanemarili.



## Impulsni karakter faznog napona, strujni ripl



- Pretpostavimo da statorski namotaj možemo predstaviti induktivnošću  $L$  i da je ems indukovana na statoru u balansu sa srednjom vrednošću napona.
- Ovako ćemo modelovati i talasnost struje i uočiti njenu vezu sa maksimalnim pojačanjem.



- Dok je prekidač  $S_1$  otvoren, na induktivnosti je:

$$U_+ = E - \frac{t_{on}}{T} \cdot E$$

- Kada je otvoren  $S_2$ , napon na induktivnosti je:

$$U_- = -\frac{t_{on}}{T} \cdot E$$

$$\Rightarrow i_1 = i_0 + U_+ \cdot \frac{t_{on}}{L} = i_0 + \frac{E \cdot t_{on}}{L} - \frac{E \cdot t_{on}^2}{T \cdot L}$$

$$i_2 = i_1 + \frac{1}{L} \cdot \int_{t_1}^{t_2} U_L(t) \cdot dt = i_1 + \frac{1}{L} \cdot U_- \cdot (T - t_{on})$$

$$= i_1 - \frac{1}{L} \cdot \frac{t_{on}}{T} \cdot E \cdot (T - t_{on})$$

$$= i_0 + \frac{E \cdot t_{on}}{L} - \frac{E \cdot t_{on}^2}{T \cdot L} - \frac{1}{L} \cdot t_{on} \cdot E - \frac{1}{L} \cdot E \cdot \frac{t_{on}^2}{T}$$

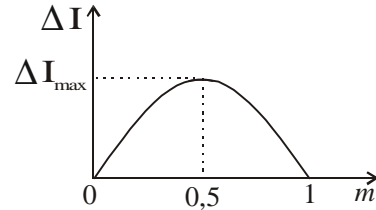
$$= i_0$$

$$\Rightarrow DI = \frac{i_1 - i_0}{2} = \frac{1}{2} \left[ \frac{E \cdot t_{on}}{L} - \frac{E \cdot t_{on}^2}{T \cdot L} \right]; m = \frac{t_{on}}{T}$$

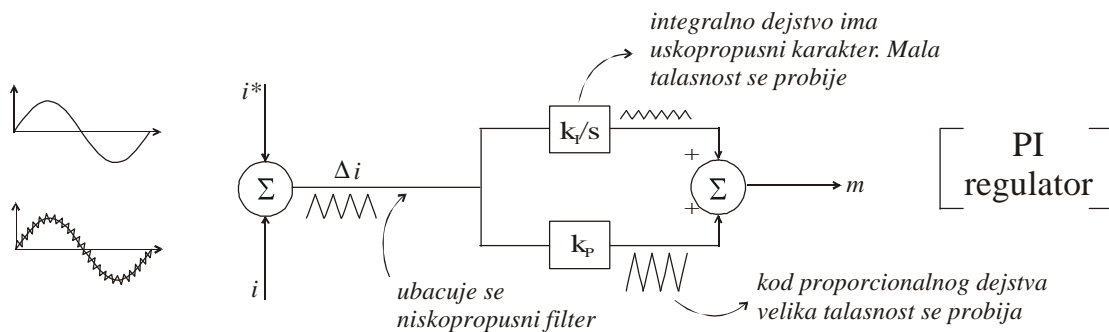
$$\Rightarrow DI = \frac{E \cdot T}{2 \cdot L} \cdot (m - m^2)$$

strujni ripl

$$\Rightarrow DI_{max} = DI|_{m=0.5} = \frac{E \cdot T}{4 \cdot L} = \frac{E}{4 \cdot L \cdot f_{PWM}}$$

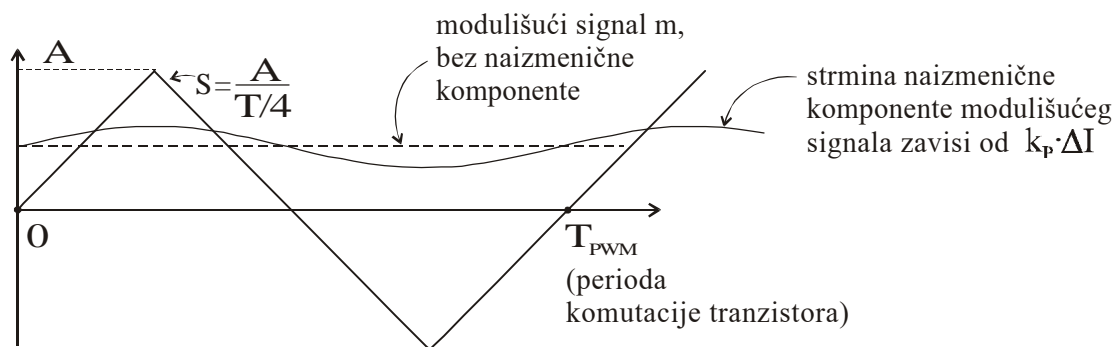


- Uzimamo u obzir strujni ripl i posmatramo strujnu regulaciju:



U  $i^*$  ne postoji trouglasta valovitost, što uslovljava pojavu strujnog ripla u strujnoj greški. Zbir integralnog i proporcijalnog dejstva uvodimo u modulator gde se vrši poređenje sa testerom.

Sa testerom se poredi modulišući signal  $m$  koji poseduje i naizmeničnu komponentu.



Za veliko pojačanje  $k_p$ , strmina signala  $m$  može dostići strminu testere (čak i biti veća od nje), i može doći do višestrukih komutacija. Na tim mestima struja će oscilovati oko samog nosioca.

$\Rightarrow$  Zato se u put strujne greške ubacuje niskopropusni filter koji će da suzbije ripl greške (propušta samo niže frekvencije i ispravlja HF harmonike) i time onemogućiti višestruke komutacije.

Ali, ovo usložnjava red sistema, i zbog uslova stabilnosti ograničava pojačanje. (Proporcionalni regulator smanjuje rezervu stabilnosti.)

- Zajednički problem linearnih pristupa regulaciji struje je nesavršenost invertora sa PWM-om kao linearnog pojačavača snage. Struja se reguliše posredno, kontrolom statorskih

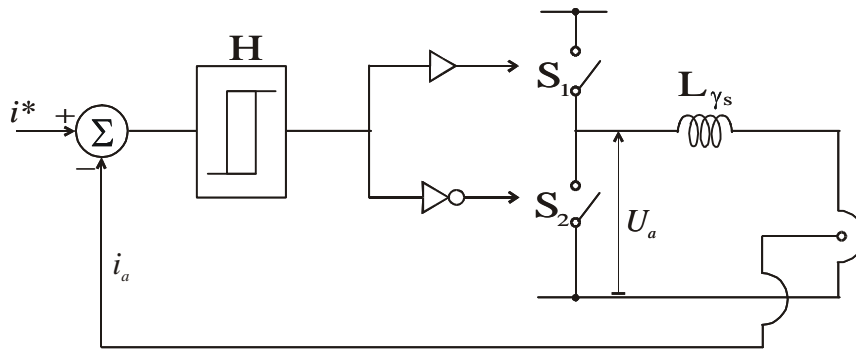
napona. Usled pada napona na prekidačima, pulsacija jednosmernog napona napajanja, neophodnog mrtvog vremena i kašnjenja signala za upravljanje prekidačima, izlazni napon se razlikuje od željene vrednosti.

Posledice ovih nesavršenosti mogu biti neželjene oscilacije energije između motora i pretvarača, pulsacije momenta i pojava viših harmonika.

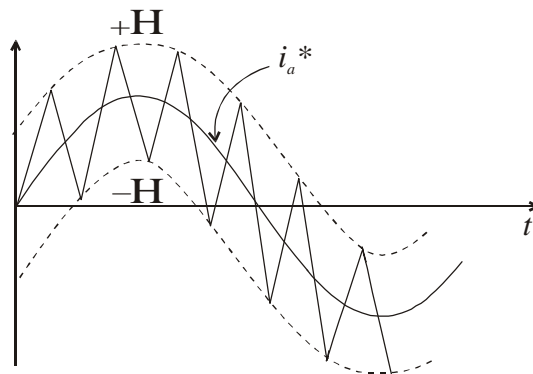
Performanse linearnih regulatora struje mogu se poboljšati kompenzacijom nesavršenosti naponskog invertora (npr. kompenzacija mrtvog vremena).

- Nelinearni strujni regulatori su praktično neosetljivi na nesavršenost invertora jer imaju (teoretski) beskonačno veliko pojačanje.

### **b) Nelinearni strujni regulator**



ovo je regulator sa histerezisnim komparatorom

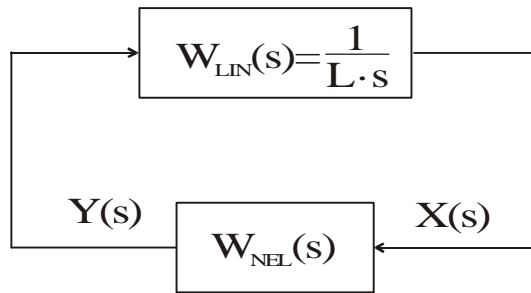


- kad  $i_a$  opadne na vrednost  $i_a^* - H \Rightarrow$  uključujemo  $S_1 \Rightarrow i_a \nearrow$
  - kad  $i_a$  skoči na vrednost  $i_a^* + H \Rightarrow$  uključujemo  $S_2 \Rightarrow i_a \searrow$
- $\Rightarrow$  struja će oscilovati u histerezisnom prostoru oko srednje vrednosti.

uslov za tačnost u regulaciji statorskih struja je da postoji dovoljna naponska margina.

$$\boxed{\frac{E}{2} > |ems| + \left| L \cdot \frac{di^*}{dt} \right|}$$

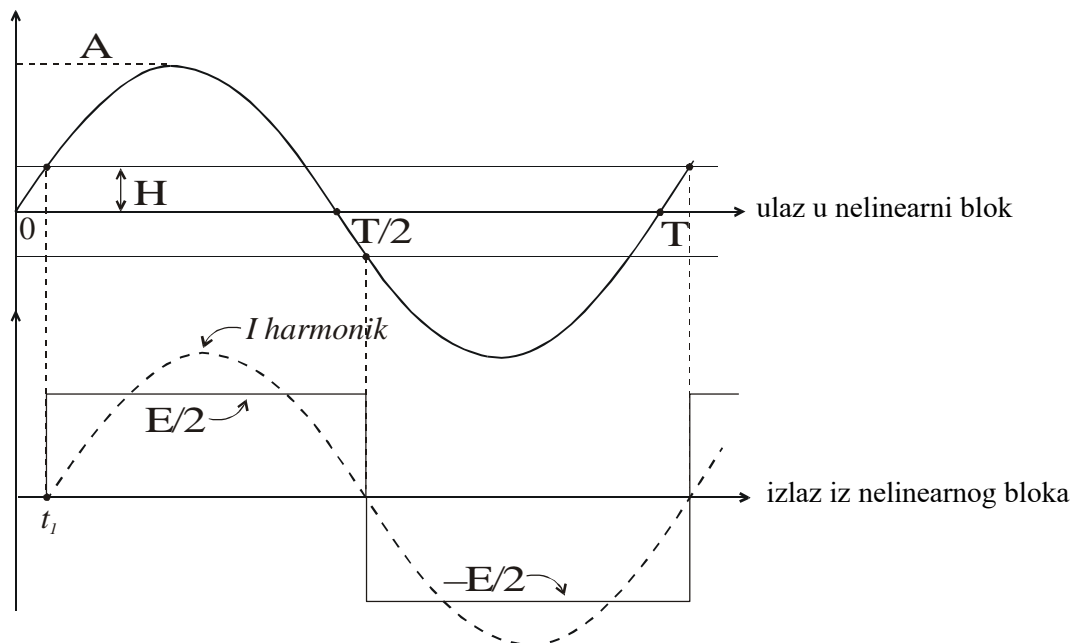
- Sistem sadrži linearni deo ( $L$  i  $ems$ ) i nelinearni deo (komparator i most).



posmatramo **autonoman** sistem (referenca = 0)

- Izvršićemo **harmonijsku linearizaciju**:

PRETPOSTAVKA: nelinearni deo se pobuđuje sinusnim signalom amplitude  $A$  i učestanosti  $\omega$ . Posmatra se izlaz.



- $|W_{NEL}(s)| = \frac{|Y_{iz}(s)|}{|X_{ul}(s)|}$  Furijeovom transformacijom tražimo moduo od I harmonika

za ovu pravouganu funkciju harmonici se izračunavaju po formuli:

$$A_{2n+1} = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} U(t) \sin[(2n+1)\omega t] \cdot dt \quad \text{amplituda } (2n+1)\text{-og harmonika}$$

$$\Rightarrow A_1 = \frac{8}{T} \int_0^{T/4} \frac{E}{2} \cdot \sin \omega t \, dt$$

$$= \frac{8}{T \cdot \omega} \cdot \frac{E}{2} \int_0^{\omega T/4} \sin \omega t \, d(\omega t)$$

$$= \frac{4}{p} \cdot \frac{E}{2} \cdot \int_0^{p/2} \sin \omega t d(\omega t)$$

$$\Rightarrow A_I = \frac{2E}{p} \text{ amplituda I harmonika izlaza iz nelinearnog bloka.}$$

$$\Rightarrow |W_{NEL}(s)| = \frac{2E}{p \cdot A}$$

Sa slika se vidi da je:

$$A \cdot \sin j = H$$

$$\Rightarrow \arg(W_{NEL}(s)) = \arcsin \frac{H}{A}$$

$$\Rightarrow W_{NEL}(s) = |W_{NEL}(s)| (\cos(\arg W_{NEL}(s)) - j \sin(\arg W_{NEL}(s)))$$

$$= \frac{2E}{p \cdot A} \left( \cos \left( \arcsin \frac{H}{A} \right) - j \sin \left( \arcsin \frac{H}{A} \right) \right)$$

$$= \frac{2E}{p \cdot A} \left( \sqrt{1 - \sin^2 \left( \arcsin \frac{H}{A} \right)} - j \cdot \frac{H}{A} \right)$$

$$= \frac{2E}{p \cdot A} \left( \sqrt{1 - \frac{H^2}{A^2}} - \frac{s}{\omega} \cdot \frac{H}{A} \right)$$

$$\longrightarrow \boxed{W_{SS}(s)} \longrightarrow W_{ss}(s) = \frac{W_{LIN}(s)}{1 + W_{NEL}(s)W_{LIN}(s)}$$

da bi ulaz i izlaz bili u harmonijskom balansu, treba da karakteristični polinom bude nula za  $s=j\omega$

$$\Rightarrow 1 + W_{NEL}(s)W_{LIN}(s) = 0|_{s=j\omega}$$

$$\Rightarrow f(j\omega) = 1 + \frac{1}{j\omega L} \cdot \frac{2E}{p \cdot A} \sqrt{1 - \frac{H^2}{A^2}} - \frac{2E}{p \cdot A} \cdot \frac{1}{L} \cdot \frac{H}{A \cdot \omega}$$

da bi se to ostvarilo treba da i realni i imaginarni deo karakteristične jednačine budu jednaki nuli:

$$1^\circ H = A \text{ (imaginarni deo =0)}$$

$$2^\circ \omega = \frac{2E}{L \cdot p \cdot H} \text{ (realni deo =0)} \quad \text{učestanost prinudnih oscilacija}$$

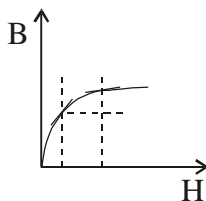
Kod histerezisnog upravljanja:  $\omega \neq \text{const}$

Kod PWM modulacije:  $\omega = \text{const}$

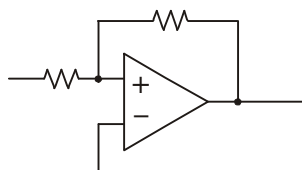
$\omega$  – učestanost okidanja invertorskog mosta

— Da bi oscilacija bila što manja (manja strujna greška), H mora biti manje, a onda  $\omega$  raste, a sa tim raste i disipacija na mostu.

- Takođe,  $w$  zavisi i od rasipanja motora  $L$ , koje zavisi od uslova rada. Pri velikoj struji ono opada i do 2 puta zbog zasićenja zubaca statora. Ovakav pretvarač se ne sme priključiti direktno, jer ako  $f_{sw}$  zavisi od parametara motora, onda će i disipacija mosta zavisiti od toga.



- Ovaj regulator neće imati fazno kašnjenje i, za sada, po pitanju performansi, on daje najbolje rezultate.



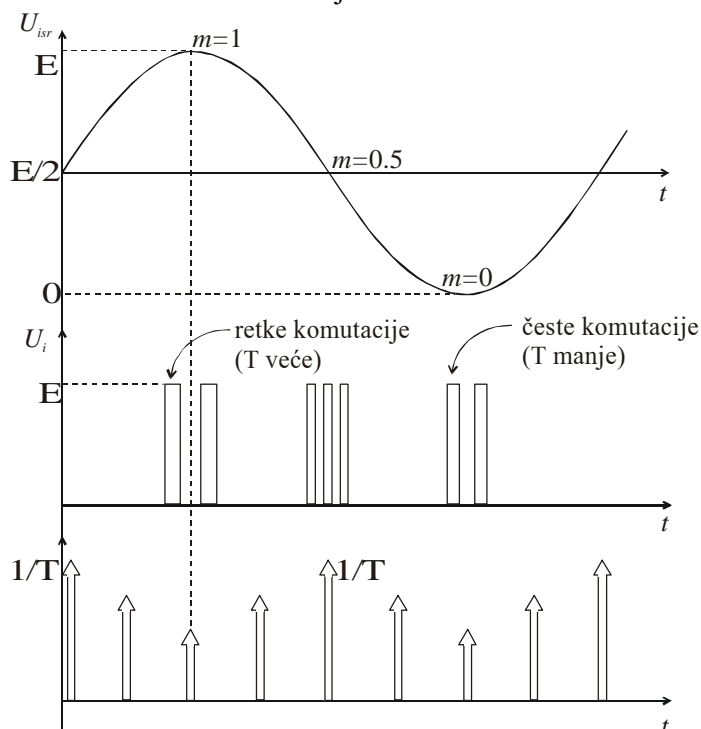
analogni regulator sa hiterezisnim komparatorom (sa OP-om nije dovoljno dobar)

- Komutaciona učestanost nije konstantna i zavisiće od indeksa modulacije.

$$DI(m) = \frac{E}{2f_{sw}L} (m - m^2) = H \quad \text{po prirodi histerezisnog regulatora je } \Delta I = H.$$

$\Rightarrow f_{sw}(m) \sim (m - m^2)$  kod PWM-a:  $f_{sw} = \text{const}$  i  $DI$  zavisi od  $m$ , a ovde je  $DI$  const i  $f_{sw}$  zavisi od  $m$

$\Rightarrow \begin{cases} m \rightarrow 0 \text{ ili } m \rightarrow 1 & \Rightarrow \text{retke komutacije} \\ m \rightarrow 0.5 & \Rightarrow \text{česte komutacije} \end{cases}$

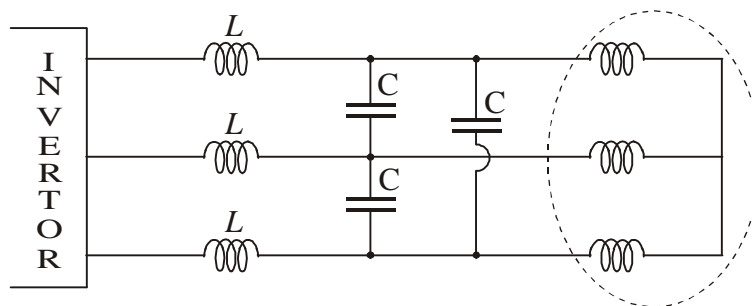


U izlaznom spektru ne postoji samo harmonik na učestanosti  $1/T$  (kao kod PWM modulacije) već i gomila bočnih signala na učestanosti koraka promene (odnosi se na promenu broja komutacija).

To prouzrokuje povećanu buku i povećanje elektromagnetnih smetnji, koje je teško potisnuti.

- Takođe, komutaciona učestanost raste u oblasti malih brzina. Kada je  $f_{sw}$  mala,  $f_{sw}$  je određena vremenom potrebnim da strujna greška napravi ekurziju od  $2H$ , i zavisi (pored  $H$ ) i od strmine struje (koja je uslovljena sa  $E$ ,  $i_{ms}$  i  $L_d$ ).

Takođe, treba uzeti u obzir i kapacitivnosti između kablova motora. Ona se može eliminisati ugradnjom kalema  $L$  velike induktivnosti, što je skupo.

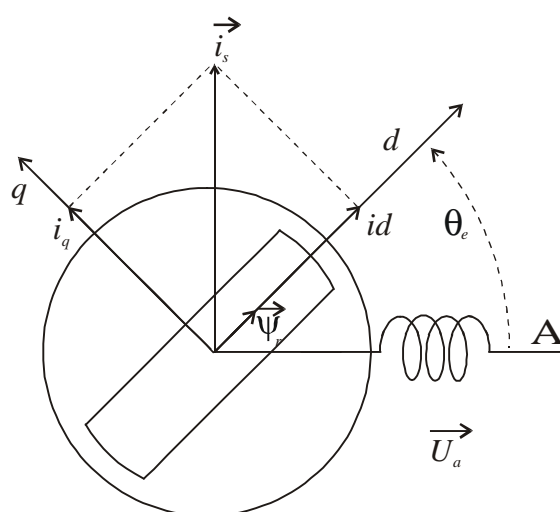


kapacitivnosti kablova smanjuju ukupnu induktivnost motora

## ELIMINISANJE FAZNE GREŠKE SA KONANIM POJANJEM (kod linearnih regulatora, u $dq$ sistemu)

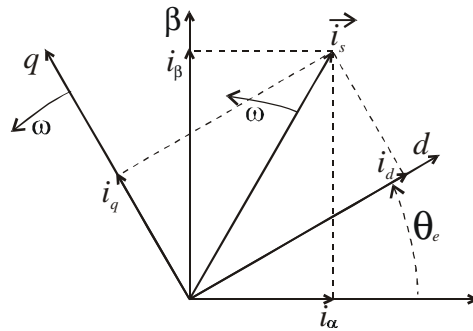
Najbolje bi bilo kada bi se iskoristila nulta statička greška ako bi na ulaz regulatora doveli konstantan signal (jednosmeran).

⇒ Treba strujni regulator locirati u onaj koordinatni sistem u kome su struje jednosmerne. To je  $dq$  sistem, koji se obrće sinhrono sa poljem (tada su struje i naponi u stacionarnom stanju konstantni).



- Primenom obrtne transformacije motor naizmenične struje pretvaramo u jednosmerni.
- Potrebno je znati položaj fluksa u odnosu na namotaj faze A (ugao  $q_e$ ).

- Prevod iz nepokretnog sistema u rotirajući, i obrnuto:

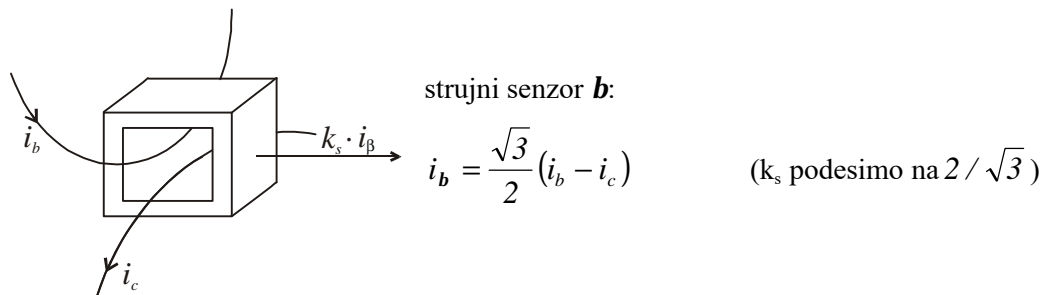
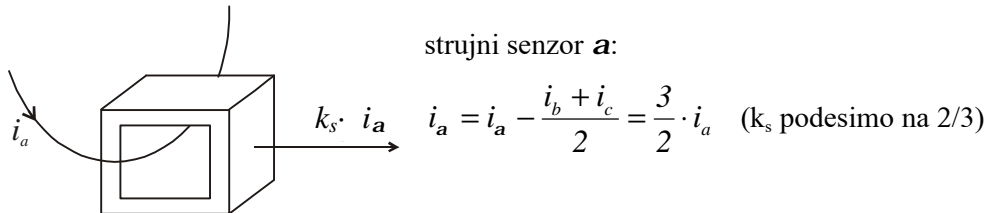


Geometrijski se može izvesti (na osnovu slike):

$$\begin{array}{c} \boxed{\curvearrowright} \\ \alpha\beta/dq \end{array} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mathbf{q}_e & \sin \mathbf{q}_e \\ -\sin \mathbf{q}_e & \cos \mathbf{q}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix}$$

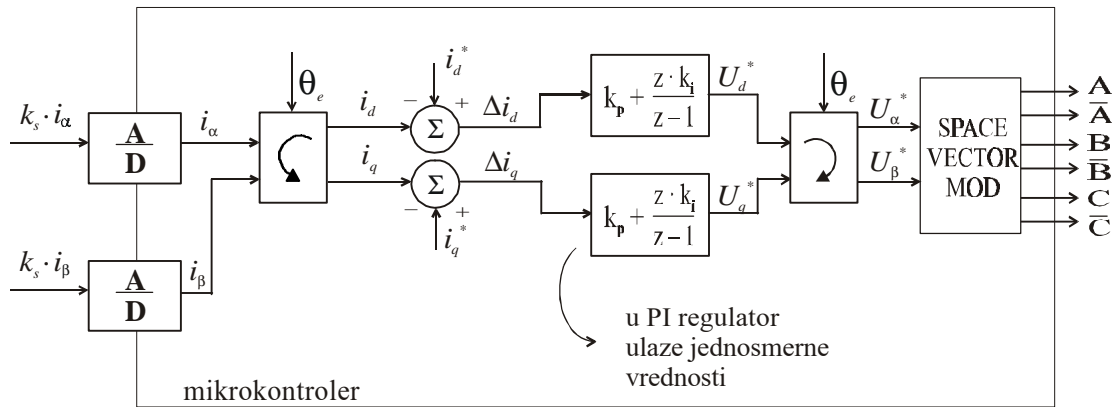
$$\begin{array}{c} \boxed{\curvearrowleft} \\ dq/\alpha\beta \end{array} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \mathbf{q}_e & -\sin \mathbf{q}_e \\ \sin \mathbf{q}_e & \cos \mathbf{q}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}$$

- Za izračunavanje  $i_a$  i  $i_b$  koristićemo 2 senzora (Hall-ova elementa). Oni na izlazu daju signal proporcionalan strujama koje merimo. Koeficijente  $k_s$  možemo adekvatno podesiti.

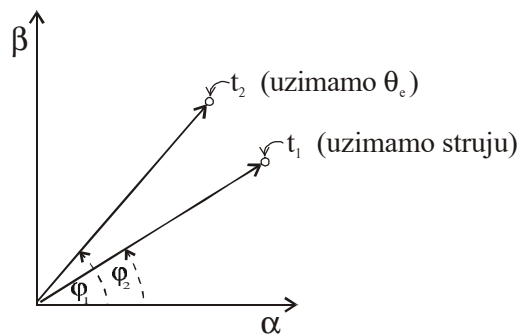


- Izvođenje obrtnih transformacija u analognoj formi je veoma komplikovano. Zato je pogodnija implementacija u mikrokontroleru.





- Jedina mogućnost je da, kada dobijemo napone,  $U_a^*$  i  $U_b^*$ , izvršimo D/A konverziju i dobijemo modulišuci signal koji vodimo na komparator  $\Rightarrow$  određuju se širinski impulsi za paljenje mosta.
- Drugi i lakši način (prikazan na slici) je digitalno generisanje signala za paljenje mosta. Kada ne bi bilo kašnjenja izračunavanja, ne bi bilo ni greške stacionarnog stanja (faznog kašnjenja)!

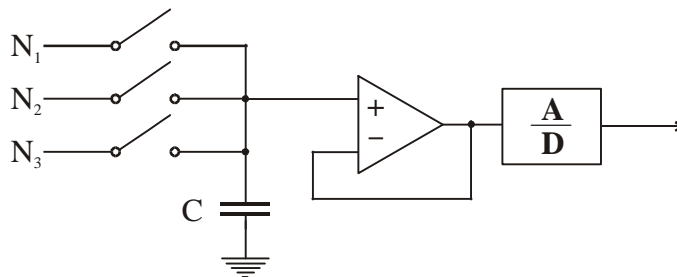


Međutim, transportno kašnjenje A/D konverzije i proračuna (dve obrtne transformacije, proračun  $t_{on}$ ) unosi kašnjenje u regulaciju.

vreme proračuna zanemarljivo?

$t_1 \rightarrow$  uzimamo odabirak struje

$t_2 \rightarrow$  utičemo na motor na osnovu odbirka iz  $t_1$



A/D konverzija sempluje jedan od ulaza i čuva ga u kondenzatoru

- fazna greška je:

$$Dj = \dot{q}_e \cdot Dt$$

$\dot{q}_e$  je brzina obrtanja polja, a  $Dt$  je kašnjenje od  $t_1$  do prve obrtne transformacije.

(Kasnija kašnjenja proračunavanja, kašnjenje proračuna, ne utiče na faznu grešku)

- Postoji mogućnost da se eliminiše  $Dj$ , bez obzira na postojanje  $Dt$ .

Ako, kao što je prikazano na slici, uzimamo  $q_e$  posle A/D konverzije nikad nećemo imati sliku izmerenog vektora struje (tj. njegov moduo i ugao u trenutku merenja), već će dobijeni vektor izmerene struje biti nešto fazno pomeren, pa stoga i regulacija neće biti precizna i postojaće greška u stacionarnom stanju.

Zato je bolje uzimati informaciju o struji i ugao  $q_e$  u istom trenutku, jer se tada može tačno odrediti izlaz bez fazne greške.

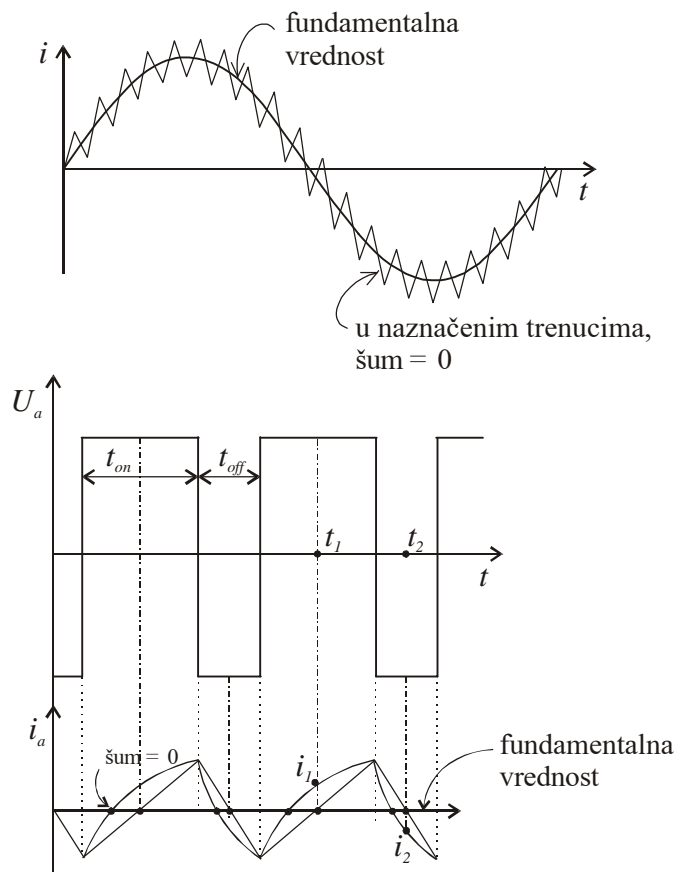
Na ovaj način imamo jedino kašnjenje proračuna koje nije veliko.

### Kako meriti struju?

— Odbirak strujnog signala koji uzimamo u SAMPLE TIME-u je kontaminiran šumom (višim harmonicima). Odbirci se uzimaju sa frekvencijom odabiranja koja je obično jednaka učestanosti komutacije mosta (tj.  $SAMPLE\ TIME = T_{PWM}$ ; nema razloga češće nego što na struju možemo da utičemo).

— Signal koji se odabira ne sme da ima harmonike na učestanosti većoj od  $1/2T$ . Zato možemo pre odabirka struje staviti niskopropusni filter da odstranimo harmonike na višim učestanostima od navedene.

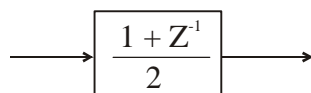
— Međutim, da ne bi strujnu regulaciju opterećivali filtrom, a pošto dobro poznajemo strujni ripl, odbirke struje uzimaćemo u trenucima kada šum neće imati nikakav efekat. Tako dobijamo samo fundamentalnu vrednost struje.



- Ako uzmemo u obzir samo induktivnost motora  $L$ , vrednost šuma je nula na sredinama naponskih impulsa.
  - Ako uzmemo u obzir i otpornost  $R$ , struja raste eksponencijalno.
- Da bi odredili tačke u kojima je vrednost šuma jednaka nuli, potrebno je unapred poznavati vremensku konstantu  $\tau = L/R$ , što nije slučaj u praksi.
- Da bi ipak izvršili dobro merenje fundamentalne vrednosti, bez obzira na  $\tau$ , radimo sledeću stvar:
- u trenutku  $t_1$  merimo struju  $i_1$
  - u trenutku  $t_2$  merimo struju  $i_2$
  - iz ove dve struje nalazimo vrednost fundamentala

$$i = \frac{i_1 + i_2}{2}$$

ova struja nije zagađena šumom usled strujnog ripla, i to znači da na neki način merimo srednju vrednost struje.

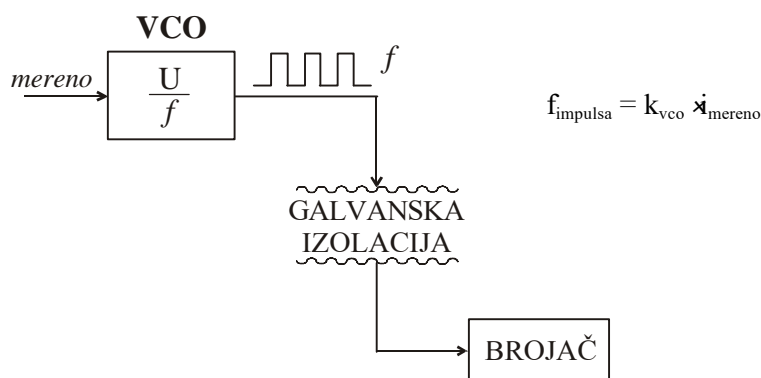


ovako bi izgledao blok u  $Z$  domenu ( $Z^{-1} \rightarrow$  vreme prethodnog odbirka).

— U praksi, zbog elektromagnetnog šuma energetike, treba signal struje pribaviti integralnom metodom koja bi merila srednju vrednost struje u toku jedne komutacije.

$\Rightarrow$  to podrazumeva da se merena struja (iz Holl-ovog elementa) dovodi na ulaz **VCO**, gde se signal struje pretvara u povorku impulsa ekvivalentne frekvencije (u odnosu na struju), i tako se dobija digitalni signal čime je olakšana galvanska izolacija.

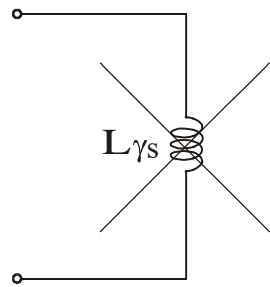
odatle se može: ili dovesti u brojač (što je bolje), ili se vratiti u analogni signal.



Razlika sadržaja brojača u dva sukcesivna trenutka odabiranja daje inkrement koji je srazmeran srednjoj struji između dva sukcesivna trenutka odabiranja.

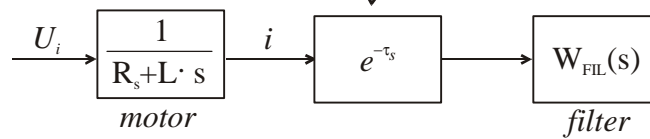
$$[\text{BROJAČ}]_{n+1} - [\text{BROJAČ}]_n = k \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_{nT}^{(n+1)T} i_m(t) \cdot dt$$

## Podešavanje parametara digitalnog PI regulatora struje

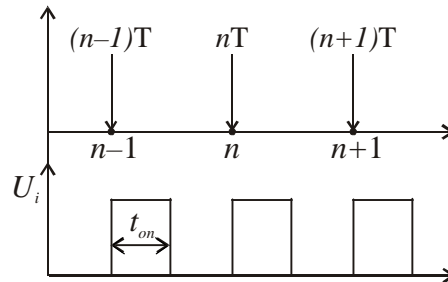


model je složeniji od onog koji smo obično posmatrali

kašnjenje usled konačnog vremena koje mikroprocesor treba da izračuna algoritmom upravljanja



Parametre regulatora podešavamo koristeći gornju šemu.

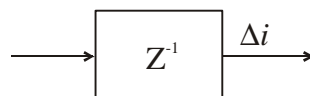


- Pretpostavlja se da je vreme odabiranja:

$$T > \text{vreme A/D konverzije} + \text{proračun 2 obrtne transf.} + \text{proračun } t_{on}(U_a, U_b)$$

- u trenutku  $(n-1)T$ , uzimamo odabirak struje statora  $\Delta i_{n-1}$
- ovo utiče na vreme uključjenja u  $n$ -tom trenutku odabiranja

$$t_{on}^n = f(\mathbf{D}i_{n-1})$$

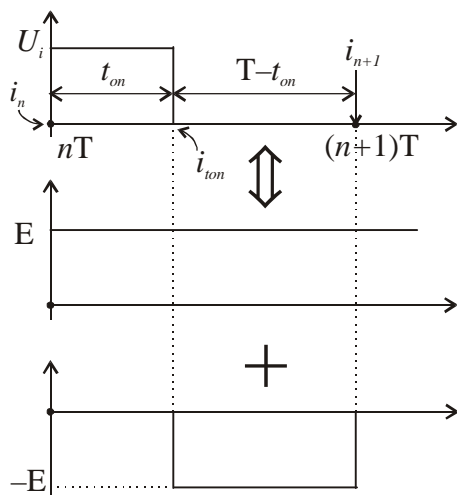


Takođe, u direktnoj grani, pri izračunavanju greške struje, postoji zadržka koja predstavlja kašnjenje.

- I sama priroda PWM-a je takva da prouzrokuje svojevršno kašnjenje

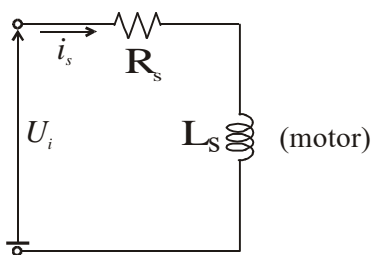
### Uticao PWM-a:

$$i_{n+1} = f(i_n, t_{on}^*)$$



naponski signal u trajanju od  $t_{on}$ , u periodu trajanja  $T$ , razložemo na dva signala koji se superponiraju. (Ovo je moguće izvesti zbog linearnosti parametara motora  $R_s, L_s$ )

$$t_s = \frac{R_s}{L_s}$$



$$U_i = R_s L_s + L_s \frac{di_s}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{di_s}{dt} + \frac{R_s}{L_s} \cdot i_s = \frac{U_i}{L_s}$$

$$\Rightarrow i_s = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{t_s}} + I_p$$

homogeno i partikularno rešenje

$$i_s = I_p \Rightarrow I_p = \frac{U_i}{R_s}$$

$$\left. \begin{array}{l} i_s(0) = i_n \\ U_i(0) = E \end{array} \right\} i_s(0) = i_n = I_0 + \frac{E}{R} \Rightarrow I_0 = i_n - \frac{E}{R}$$

$$\Rightarrow i_s = \left( i_n - \frac{E}{R_s} \right) \cdot e^{-\frac{t}{t_s}} + \frac{E}{R_s}$$

$$\Rightarrow i_{s_{t_{on}}} = i_s(t_{on}) = \left( i_n - \frac{E}{R_s} \right) \cdot e^{-\frac{t_{on}}{t_s}} + \frac{E}{R_s}$$

$$\Rightarrow i_{n+1} = i(T) = \left[ \left( i_n - \frac{E}{R_s} \right) e^{-\frac{t_{on}}{t_s}} + \frac{E}{R_s} \right] \cdot e^{-\frac{T-t_{on}}{t_s}} \quad (U_i(t_{on}) = 0)$$

$$\Rightarrow i_{n+1} = i_n e^{-\frac{T}{t_s}} - \frac{E}{R_s} \left( e^{-\frac{T-t_{on}}{t_s}} - e^{-\frac{T}{t_s}} \right)$$

Poslednji izraz razvijamo u Tejlorov red i uzimamo prvi član  $e^{\frac{-T}{t_s}} \approx 1 - \frac{T}{t_s}$ . ( $T \ll t_s$ )

$$\Rightarrow i_{n+1} = f(t_{on}, i_n) = i_n \left( 1 - \frac{T}{t_s} \right) + \frac{E}{L_s} \cdot t_{on}$$

- Ukoliko bi se stavio niskopropusni (NF) filter ispred A/D konvertora (za poništavanje viših harmonika strujne greške), onda bi se i on morao uzeti u analizi, te bi se stvari jako komplikovale (sistem ne bi više bio prvog reda).

— Mora se odrediti fundamentalna matrica:

$$F(t) = e^{At}; \dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{SAU, 214. str.})$$

— Pošto se  $U_i$  menja kao  $\square t_{on}$

$$x_{n+1} = F(T) \cdot x_n + F(T - t_{on}) \int_0^{t_{on}} F(-t) B \cdot E \cdot dt$$

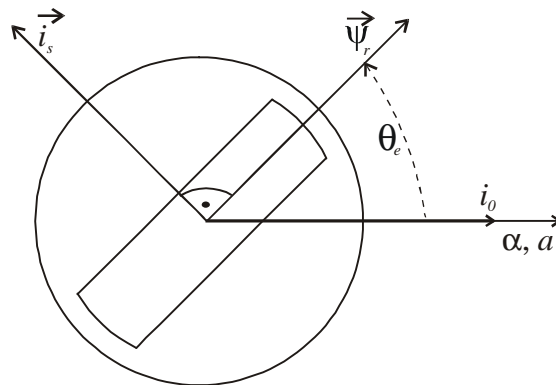
odavde se vidi da i u samoj prirodi PWM-a imamo kašnjenje, tj. rezultati upravljačkog signala u n-tom trenutku se vide tek u (n+1)-om trenutku.

### **Osobine koje se traže od strujnog regulatora**

(uticaj greške pri strujnoj regulaciji na rad pogona)

1° jedna od najčešćih (i najtragičnijih) grešaka je prisustvo OFFSET-a (neželjene parazitne jednosmerne komponente u statorskoj struji).

- efekat OFFSET-a je takav da izaziva oscilacije momenta na statorskoj učestanosti  $\omega_s$ .



$$M_{em} = |\vec{y}_R| \cdot |\vec{i}_s| \cdot \sin(\angle \vec{y}_R, \vec{i}_s)$$

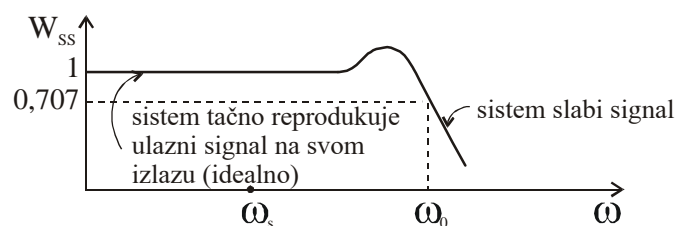
Pretpostavimo da je  $\vec{i}_s = 0 \Rightarrow M_{em} = 0$  i da postoji OFFSET  $i_0$  u struji statora (npr. u fazi A).

$\Rightarrow$  prouzrokuje strujni vektor kolinearan osi faze a). Usled  $\vec{i}_0$ , postojaće pulsacija u momentu:

$$DM_{em} = |\vec{y}_R| |\vec{i}_0| \cdot \sin(\angle \vec{y}_R, \vec{i}_0) = \vec{y}_R \cdot \vec{i}_0 \cdot \sin \omega_s t \quad \vec{i}_0 \text{ nepokretan vektor}$$

Ove pulsacije se mogu iskompenzovati brzinskom i pozicionom petljom (regulacijom), ako motor radi u oblasti malih brzina, tj.  $\omega_s$  je malo, jer će onda one biti u okviru propusnog opsega brzinskog regulatora (regulacioni sistem će ih primeniti i kompenzovati).

Međutim, najčešće je  $w_s$  izvan propusnog opsega, sistem regulacije ih neće videti, i doći će do oscilovanja brzine. Još ako se sve to poklopi sa mehaničkom rezonancom, pulsacije će se pojačati.

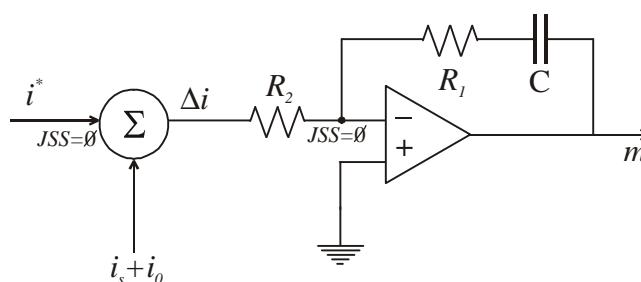


Propusni opseg je određen graničnom učestanošću  $w_0$ . Najčešće se  $w_0$  definiše kao učestanost za koju amplitudno – frekventna karakteristika ima vrednost 0,707 ili  $-3\text{db}$ .

Propusni opseg može da posluži kao mera kvaliteta reprodukcije signala, a i karakteriše filterske sposobnosti sistema.

- Čak i kad postoji integralno dejstvo regulatora OFFSET može da postoji od senzora struje (Hall-ovi senzori izbacuju jednosmernu komponentu struje usled remanentnog magnetizma).

analogni primer:

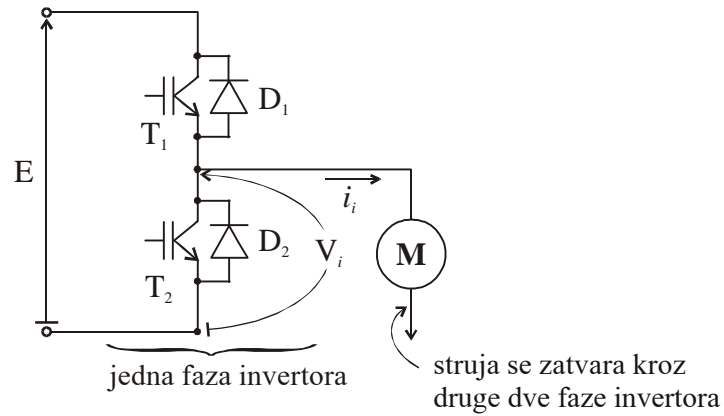


$$W_r(s) = \frac{R_1}{R_2} + \frac{I}{R_2 \cdot C \cdot s}$$

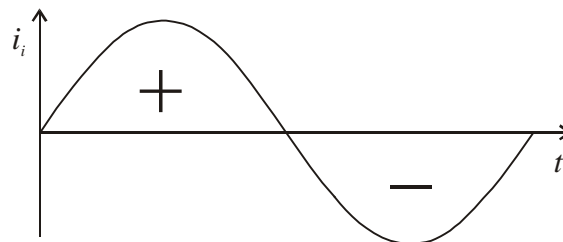
na  $-$  pinu OP-a bi zbog integralnog dejstva jednosmerni signal bio nula ali senzor može da ima offset

- OFFSET se može izbeći na dva načina:
  - a) kupovinom boljeg senzora
  - b) izradom programa za dijagnostiku u toku samog rada koji bi osmatranjem veličina utvrdio da li ima sinusne oscilacije brzine (ili pozicije) ili momenta  $\Rightarrow$  određuje postojanje offset-a  $\Rightarrow$  kompenzacija.

**2°** Zbog neidealnih prekidača mosta, pojavljuju se neparni harmonici na učestanosti  $5w_s$ ,  $7w_s$ ... i to zbog postojanja **mrtvog vremena** („DEAD TIME“, „LOCK OUT TIME“) poluprovodničkih elemenata.

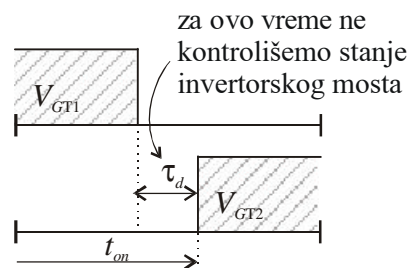


Mrtvo vreme  $t_d$  je vreme u toku koga ne vodi ni jedan tranzistor (vrši se rekombinacija). Ako odmah po isključenju tranzistora  $T_1$  uključimo  $T_2$  doći će do kratkog spoja.



U toku  $t_d$  izlazni napon je definisan smerom struje:

- a)  $i_i > 0 \Rightarrow$  struja se zatvara kroz  $D_2 \Rightarrow V_i = 0$
- b)  $i_i < 0 \Rightarrow$  struja se zatvara kroz  $D_1 \Rightarrow V_i = E$



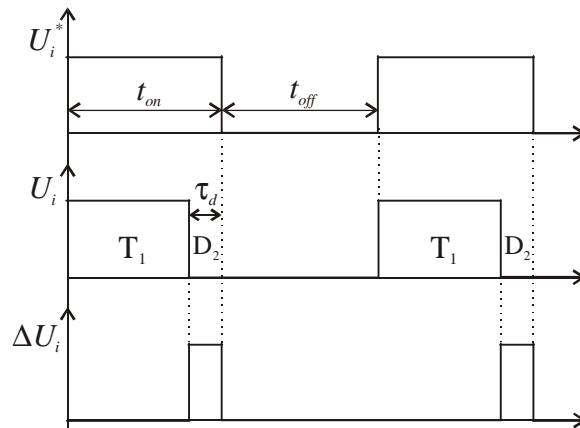
Mi bi hteli da tranzistor  $T_1$  vodi do trenutka  $t_{on}$ ; međutim, moramo ga isključiti  $t_d$  vremena ranije da bi se u njemu završila rekombinacija pre uključjenja  $T_2$ .



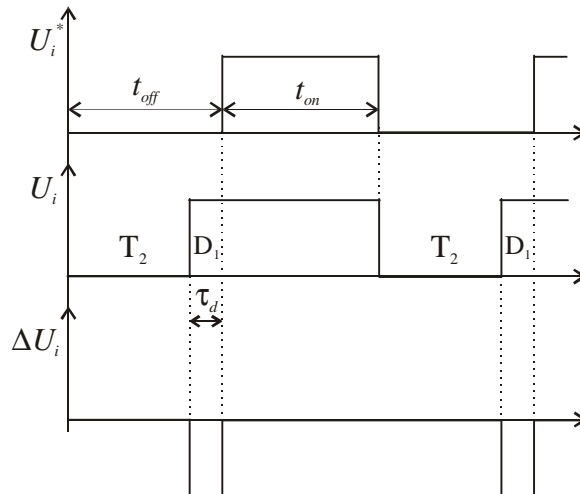
a)  $i_i > 0$

$$\Delta U_i = U_i^* - U_i;$$

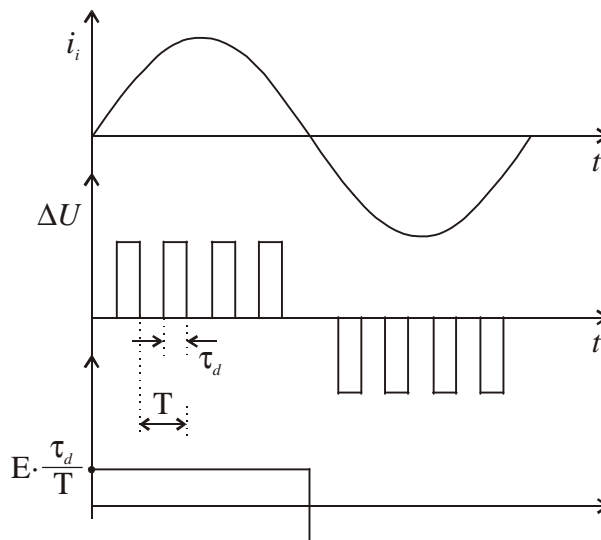
$\Delta U_i$  — greška,  $U_i^*$  — željena vrednost,  $U_i$  — stvarna vrednost



b)  $i_i < 0$



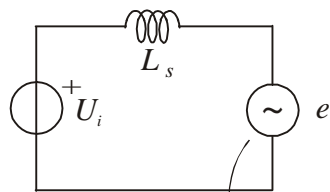
Znači, dobijamo sledeću sliku:



$$\tau_d / T = 1 \div 5\%$$

ako se zanemare HF u  $\Delta U_i$ ,  $\Delta U_i$  se može aproksimirati sa: usled naponske greške postojaće neparni harmonici koji se vide u struji i fluksu.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum U_{2n+1}^2}}{U_{RMS}} \quad U_{RMS} \text{ efektivna vrednost prvog harmonika}$$



ems je sinusoidna  
(zbog permanentnog magneta na rotoru;  
sinusna komponenta se kompenzuje  
sa induktivnošću  $L_s$  motora)

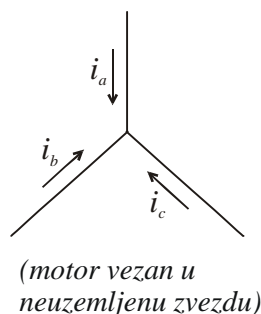
Izobličenja struje su značajna.

Napon invertora sadrži izobličenja i veliku fundamentalnu komponentu, pa su skoro sva izobličenja na induktivnosti  $L_s$ .

Ovako se povećavaju gubici, ali se pojavljuje i parazitna komponenta momenta  $M_{em}$ :

- Zbog postojanja 5. i 7. harmonika u fluksu i struji, pojavljuje se i 6. harmonik momenta  $M_{em}$  ( $\vec{M}_{em} = \vec{y} \times \vec{i}$ )

Zbog veze u zvezdu nema harmonika koji su deljivi sa tri, a ostali harmonici momenta potiru se u računu.



$$\begin{aligned} i_{a_3} &= I_3 \cdot \cos(\omega_s t \cdot 3) \\ i_{b_3} &= I_3 \cdot \cos(\omega_s t \cdot 3 - 3 \cdot 120^\circ) = i_a \\ i_{c_3} &= I_3 \cdot \cos(\omega_s t \cdot 3 - 3 \cdot 240^\circ) = i_a \\ \Rightarrow i_{a_3} &= i_{b_3} = i_{c_3} \end{aligned}$$

$\Rightarrow$  3. harmonik struje nema kuda da se „zatvori“.

Znači, pulsacije  $M_{em}$  su na učestanosti  $6\omega_s$ :

— Pri visokim brzinama, ( $\omega_s \rightarrow$  veliko)  $6\omega_s$  je dovoljno veliko da se ove pulsacije neće osetiti u brzini, jer je mehanički sistem niskopropusan, tj: zbog svoje inercije mehanički sistem neće ni stići da reaguje

— Pri malim brzinama  $\omega_s$ , pulsacije momenata na  $6\omega_s$  se mogu osetiti.

Rešenja:

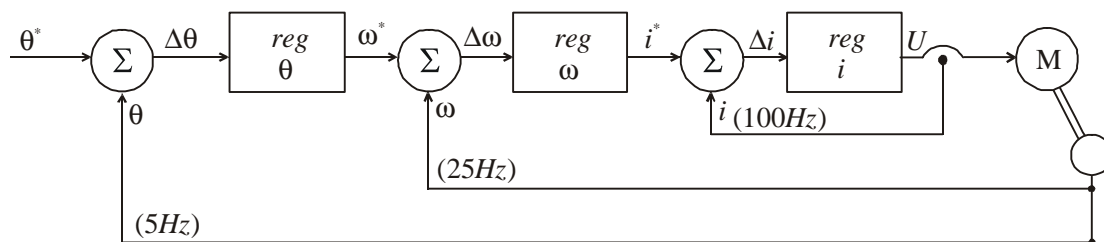
a) Povećanje propusnog opsega strujnog regulatora, što će  $6 w_s$  da satera u opseg, i regulator će te pulsacije da „vidi“ i moći da ih iskompenzuje (ali je to teško zbog kašnjenja).

b) Kompenzovanje mrtvog vremena; treba znati polaritet faznih struja u svakom trenutku odabiranja, što je moguće jer se struja meri i onda za:

$$i_i > 0 \rightarrow t_{on} \text{ treba povećati za } t_d$$

$$i_i < 0 \rightarrow t_{on} \text{ treba smanjiti za } t_d$$

### Implementiranje nelinearnog strujnog regulatora u mikroprocesoru (FUZZY LOGIC)



— Propusni opsezi  $i$ ,  $w$ ,  $q$  petlji moraju se razlikovati bar 2 – 5 puta, s tim što strujni regulator mora da ima najbrži odziv.

— 100Hz (propusni opseg i regulatora) može se ostvariti samo u regulatoru sa dq koordinatnim sistemom.

Šta ako se traži da opseg  $q^*$  bude 50Hz  $\Rightarrow w^*$  opseg 250Hz  $\Rightarrow i^*$  opseg 1000Hz?

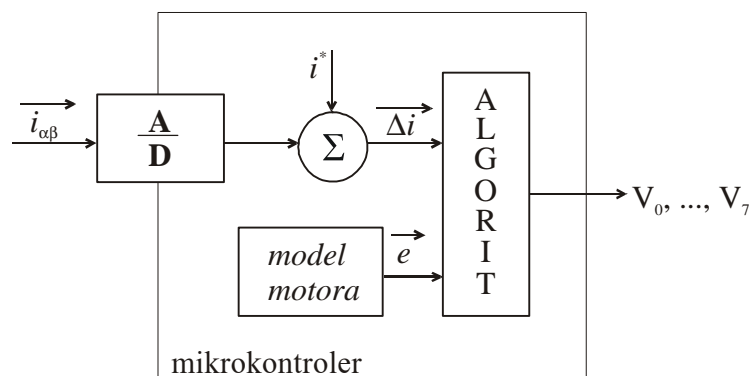
$\Rightarrow$  Za to bi trebao veoma brz odziv strujne petlje, a u njega će dq regulator unositi grešku jer nema dobar propusni opseg (danas do 500Hz sa mikroprocesorom).

$\Rightarrow$  Potreban je brz regulator, a najbrži je **histerizisni** jer odmah reaguje na grešku, pa je **nelinearan**.

Kod histeriznog regulatora se zadržava AD konverzija, ali se eliminišu PI regulator i dve obrtne transformacije.

- Na osnovu strujne greške  $\vec{D}i$  (koja se ne pojačava jer nije linearan regulator) i vektora ems  $\vec{e}$  vrši se proračun upravljačkog naponskog vektora.

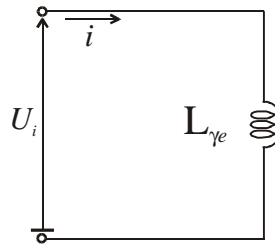
$$\vec{D}i \text{ i } \vec{e} \Rightarrow \vec{V} \text{ upravljačko}$$



- Mora postojati i model motora u mikroprocesoru koji će na osnovu podataka određivati vektor ems-e.

- Pomoću algoritma (koji je ustvari, jedna tabela) biće izračunat naponski vektor koji će najbrže da eliminiše strujnu grešku.

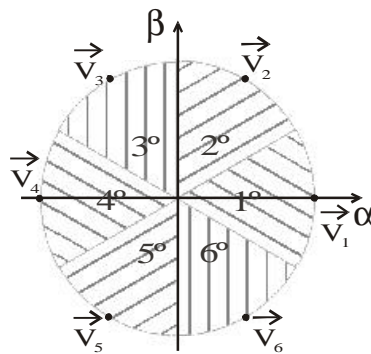
**Na-in rada:**



$$i \sim \frac{1}{L_{\gamma_e}} \int U_i \cdot dt$$

Aproksimirajući motor sa  $L_{\gamma_e}$  može se reći da će u  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  sistemu  $\vec{D}\vec{i}$  i  $\vec{i}$  da se kreću ka apliciranom naponskom vektoru koji inverter dovodi na motor.

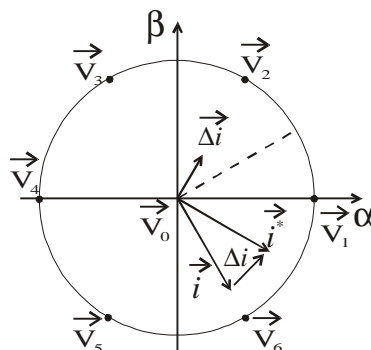
(motor se, kao opterećenje invertora, aproksimira ekvivalentnom induktivnošću rasipanja na komutacionoj učestanosti)



ako  $|\vec{D}\vec{i}|$  nije mala, i ako  $\arg(\vec{D}\vec{i})$  pripada n-tom sektoru (prikazanim na slici) treba primeniti n-ti naponski vektor, jer tada se postiže najbrže smanjenje strujne greške.

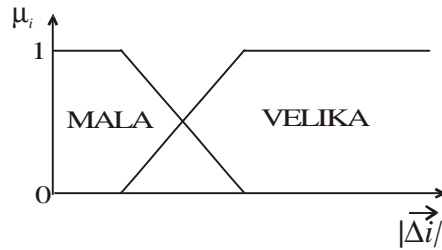
**Primer:**

ako vektor strujne greške pripada II sektoru, onda treba primeniti  $\vec{V}_2$ , da bi struja  $i$  što pre „stigla“ u referencu  $i^*$ .



- ako je strujna greška mala,  $|\vec{D}_i| \ll \text{MIN} \Rightarrow$  treba primeniti nulti vektor  $V_0$ , bez obzira na argument.

Kako okarakterisati da li je greška mala?



(sl. 54.1)

$m_i \rightarrow$  pripadnost strujne greške grupi velikih strujnih grešaka.

- Ako se objekat upravljanja bolje poznaje onda se koriste konvencionalne metode. Međutim, motor je pun stvari koje se menjaju i koje nisu poznate. Za njih se mogu dati samo kvalitativne ocene, pa se na motor može primeniti ovakva regulacija.
- Odluke u ovoj regulaciji su diskretne (treba, ne treba) ali za svaku se može napisati koeficijent koliko su dobre.

01:  $\mu_i = \text{VELIKA}, \arg \in [-30^\circ \div 30^\circ] \Rightarrow V_1$

02:  $\mu_i = \text{VELIKA}, \arg \in [30^\circ \div 90^\circ] \Rightarrow V_2$

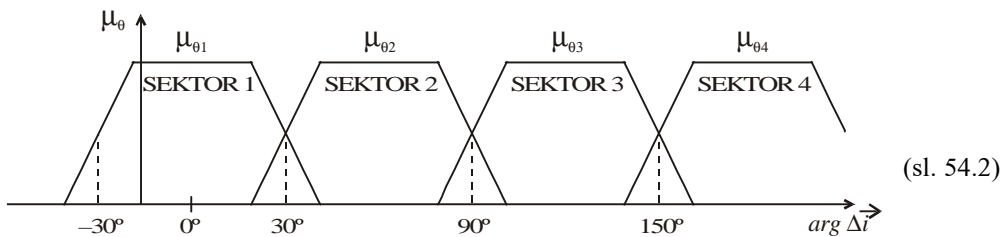
06:  $\mu_i = \text{VELIKA}, \arg \in [270^\circ \div 330^\circ] \Rightarrow V_6$

$\Rightarrow \boxed{m_{b1} = f(m_i, m_{q1})}$

$m_{b1}$  koeficijent I vektora (validnost)

$m_i$  govori u kojoj meri greška spada u grupu velikih

$m_{q1}$  govori u kojoj meri argument pripada grupi argumenata od  $30^\circ \div 90^\circ$



(sl. 54.2)

- Neki autori kažu da za  $m_{b1}$  treba uzeti manju vrednost od  $m_i$  i  $m_{q1}$ , a kad se nađu  $m_{b1} \div m_{b7}$ , onda se pusti (aplicira) vektor čiji je koeficijent najveći.
- Mora se uzeti u obzir vrednost ems i smer obrtanja ems-e.

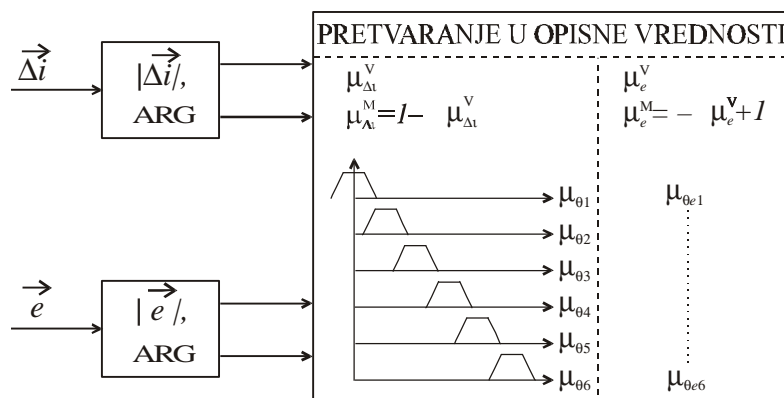
$\boxed{m_{b1}^{REZ} = m_{b1}(\vec{D}_i) + m_{b1}(\vec{e})}$

**rezultantna validnost**

$m_{b1}(\vec{e})$  validnost odluke da se priključi  $\vec{V}_1$  vektor u zavisnosti od  $\vec{e}$

$m_{b1}(\vec{D}_i)$  validnost odluke da se priključi  $\vec{V}_1$  vektor u zavisnosti od  $\vec{D}_i$

(pri malim  $\vec{e}$  obično se koristi nulti vektor. Od smera obrtanja zavisi koji nulti vektor;  $V_0$  ili  $V_7$ )



— Prvo se argumenti i amplitude  $\vec{D}_i$  i  $\vec{e}$  iz diskretnih vrednosti pretvaraju u opisne vrednosti → FAZIFIKACIJA ulaznih podataka.

**1°** Definišu se lingvističke ocene (određuje se broj izraza i sami izrazi koji će se koristiti pri opisivanju vrednosti ulaznih parametara) ⇒ MALO, VELIKO (za određivanja pripadanja  $|\vec{e}|$  i  $|\vec{D}_i|$  naravno sa različitim oblicima f-ja), sektor 1 – 6 (za određivanje pripadanja  $\arg(\vec{e})$  i  $\arg(\vec{D}_i)$ ).

**2°** Određuju se intervali na koje se odnose pojedine lingvističke ocene, i oblik funkcija pripadnosti koje određuju lingvističke promenljive (slika 54.1; za  $m_e$  je slična; i slika 54.2)

— Zatim se određuju pravila na osnovu kojih će se dobiti izlazne fuzzy vrednosti. Pravila imaju formu IF – THEN ELSE, i dobijena su na osnovu poznavanja fizike problema i iskustva.

- Poznavajući vrednosti  $|\vec{D}_i|$  i  $|\vec{e}|$  sa odgovarajućih grafika se odredi  $m_{D_i}^V$ ,  $m_e^V$ ,  $m_{D_i}^M$ ,  $m_e^M$ .

- Poznavajući  $\arg \vec{D}_i$ , i  $\arg \vec{e}$  sa slike 26.4 se određuje pripadnost zadatog vektora sektorima 1 – 6. ( $m_{q1}, \dots, m_{q6}, m_{qe1}, \dots, m_{qe6}$ ).

- Određuju se rezultatne validnosti  $m_{b1}^{rez} \div m_{b6}^{rez}$

$$m_{b1}^{rez} = m_{b1}^{D_i} + m_{b1}^e = \text{MIN}(m_{q1}, m_{D_i}^V) + \text{MIN}(m_{qe1}, m_e^V)$$

$m_{b1}^{rez}$  rezultatna validnost (za  $\vec{V}_1$ ).

- može se izabrati najjača ili 2 jače od ostalih odluka
- ako je  $D_i$  malo i e malo ⇒ odluka nije validna

ako je  $D_i$  malo i e veliko ⇒ onda će se videti da položaju vektora  $\vec{e}$  (šta, tj. koji nulti vektor koristimo, da li možda 2 vektora).

## PRIMENA AM U SERVO – APLIKACIJAMA

- Naponske jednačine za stator i rotor u dq koordinatnom sistemu koji se okreće sinhronom ugaonom brzinom su:

$$\begin{aligned}
 U_{ds} &= R_s \cdot i_{ds} + \frac{dy_{ds}}{dt} - \omega_s \cdot y_{qs} \\
 U_{qs} &= R_s \cdot i_{qs} + \frac{dy_{qs}}{dt} + \omega_s \cdot y_{ds} \\
 0 &= R_r \cdot i_{dr} + \frac{dy_{dr}}{dt} - \omega_{kliz} \cdot y_{qr} \\
 0 &= R_r \cdot i_{qr} + \frac{dy_{qr}}{dt} + \omega_{kliz} \cdot y_{dr}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} U_{ds} \\ U_{qs} \\ 0 \\ 0 \end{aligned}} \right\} \text{rotorski navojci su kratko spojeni} \tag{56.1}$$

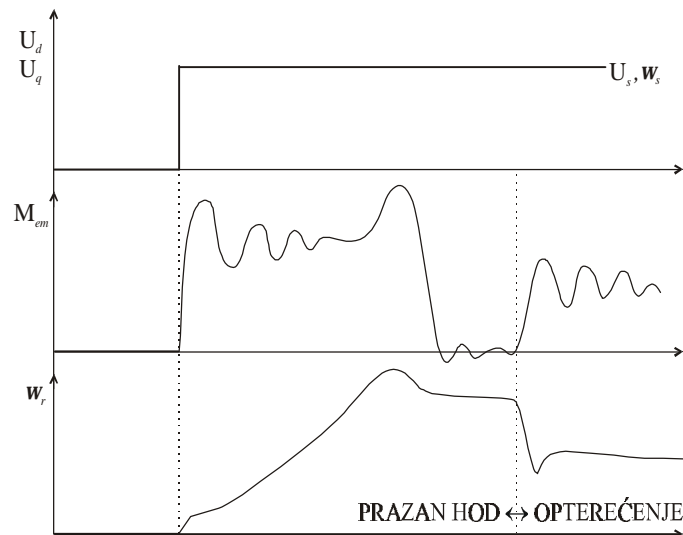
- Ako se pretpostavi linearna karakteristika magnećenja, veza između flukseva i struja je:

$$\begin{aligned}
 \psi_{ds} &= L_s \cdot i_{ds} + M \cdot i_{dr} \\
 \psi_{qs} &= L_s \cdot i_{qs} + M \cdot i_{qr} \\
 \psi_{dr} &= L_r \cdot i_{dr} + M \cdot i_{ds} \\
 \psi_{qr} &= L_r \cdot i_{qr} + M \cdot i_{qs}
 \end{aligned} \tag{56.2}$$

- U regulaciji je potrebno obezbediti sto brže i preciznije upravljanje elektromagnetnim momentom:

$$M_{em} = \frac{3}{2} (y_{ds} \cdot i_{qs} - y_{qs} \cdot i_{ds}) = \frac{3}{2} \frac{M}{L_r} (y_{dr} \cdot i_{qs} - y_{qr} \cdot i_{ds}) \tag{56.3}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = M_{em} - M_{opt}$$



- Pod dejstvom napona motor se zaleće. Na graficima su prikazane vremenske zavisnosti momenta i brzine, i to prvo zaletanje u praznom hodu, a potom se priključuje i opterećenje (vidimo dve prelazne pojave).

$$\left. \begin{aligned} t_s &= \frac{L_{gs}}{R_s} \text{ statorska vr. const.} \\ t_r &= \frac{L_r}{R_r} \text{ rotorska vr. const.} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{vreme oscilacije momenta} \\ \text{zavisi od ove dve konstante} \end{array}$$

- Ovakvim ponašanjem teško bi se ostvarili veliki propusni opsezi regulatora. Ono čemu težimo je trenutni odziv momenta na komandu.

**Ako možemo da postignemo  $\mathbf{y}_{qr} = \mathbf{0}$   $\mathbf{M}_{em} \sim \mathbf{y}_{dr} \cdot \mathbf{i}_{qs}$**

**1°** treba postići  $\mathbf{y}_{qr} = \mathbf{0}$  (postaviti vektor fluksa u d osu)

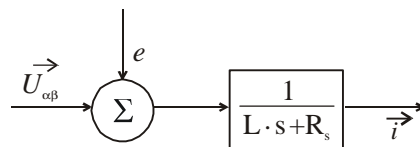
**2°** treba održavati  $\mathbf{y}_{dr} = \text{const}$  (preko struje  $i_d$ )

**3°** treba regulisati struju  $i_q$  (da bi regulisali momenat)

$$\Rightarrow M_{em} = C \cdot i_{qs}$$

(sa 500Hz strujnim regulatorom imaće se dobar odziv)

- Od ova tri zahteva najteže je poznavati položaj rotorskog fluksa u prostoru (u odnosu na stator),  $\mathfrak{K}(\vec{y}_r, \mathbf{a})$ . To nam je bitno da bi znali gde se nalazi dq sistem (vektor fluksa je u d osi) i kolike su vrednosti za  $y_{ds}$  i  $y_{qs}$ . Naravno, zahteva se dobar strujni regulator.
- Ako smatramo da reg i ima veliki propusni opseg, tada će biti  $i^* = i$  bez obzira na pojave u motoru jer je dinamika motora određena sa  $t_s$  i  $t_r$  koje određuju i ems koja se pojavljuje kao spoljašnji poremećaj u petlji regulacije struje.



Pošto je  $t_s, t_r \gg \frac{1}{f_{BW}}$  ( $f_{BW}$  – učestanost propusnog opsega), strujni regulator će uspešno da potiskuje uticaj dinamike motora. (videće promene koje se dešavaju i, ako je potrebno, moći će da reaguje).

$\Rightarrow$  Ako je strujni regulator toliko dobar, možemo smatrati da se motor napaja iz strujnog izvora, tj. da statorske struje nisu promenljiva stanja već upravljačke veličine.

$$\boxed{i_{ds} = i_{ds}^*, i_{qs} = i_{qs}^*} \quad 57.1$$

To znači da je izvršeno raspredanje modela, što smanjuje red sistema za dva.

Sad ostaju samo rotorske j-ne:

$$0 = R_r \cdot i_{dr} + \frac{d}{dt} \mathbf{y}_{dr} - \mathbf{w}_k \cdot \mathbf{y}_{qr}$$

$$0 = R_r \cdot i_{qr} + \frac{d}{dt} \mathbf{y}_{qr} + \mathbf{w}_k \cdot \mathbf{y}_{dr}$$

$\Psi_{dr}$  i  $\Psi_{qr}$  su promenljive stanja

57.2

Zamenom 57.1 u 57.2 dobijamo rotorske struje u funkciji rotorskog fluksa i statorskih struja.



$$i_{dr} = \frac{y_{dr}}{L_r} - \frac{M}{L_r} \cdot i_{ds}^* \quad 58.1a$$

$$i_{qr} = \frac{y_{qr}}{L_r} - \frac{M}{L_r} \cdot i_{qs}^*$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{R_r}{L_r} y_{dr} - \frac{R_r}{L_r} M \cdot i_{ds}^* + \frac{d}{dt} y_{dr} - \omega_k \cdot y_{qr}$$

$$0 = \frac{R_r}{L_r} y_{qr} - \frac{R_r}{L_r} M \cdot i_{qs}^* + \frac{d}{dt} y_{qr} + \omega_k \cdot y_{dr} \quad 58.1b$$

$$t_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{X}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & \omega_k \\ -\omega_k & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \Psi_{dr} \\ \Psi_{qr} \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} + \frac{M}{\tau_r} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{ds}^* \\ i_{qs}^* \end{bmatrix}}_{\mathbf{U}} \quad 58.2$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{U}$$

A – matrica sistema

B – matrica ulaza

C – matrica izlaza

$$\Rightarrow s \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}$$

$$\Rightarrow \mathbf{X} = (s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}$$

$$\Rightarrow \mathbf{Y} = \mathbf{C} \cdot [(s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{U}], \quad \mathbf{D} = 0$$

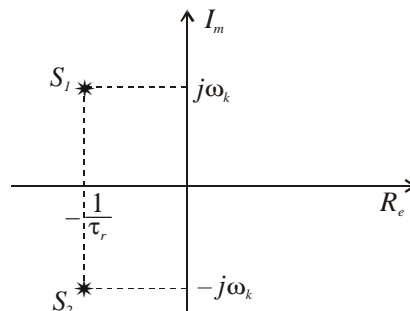
$$\Rightarrow H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mathbf{C} \cdot [\text{adj}(s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})] \mathbf{B}}{\det(s \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A})}$$

H(S) je **matrica prenosa** čiji su koeficijenti f-je prenosa od svih ulaza ka svim izlazima

$$\Rightarrow \det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \quad \text{KARAKTERISTIČNA J-NA SISTEMA.}$$

- nule karakteristične j-ne sistema predstavljaju polove tog sistema:

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \Rightarrow s_{1,2} = -\frac{1}{T_r} \pm j\omega_k$$



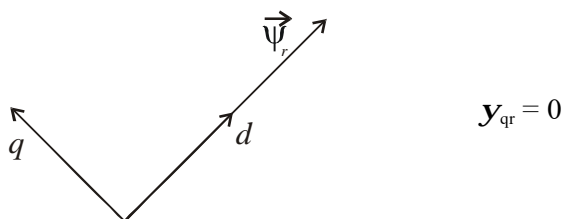
Pobuđivanjem AM sa  $i_{ds}^*$  i  $i_{qs}^*$  (kao Hevisajdove f-je) imali bi oscilacije fluksa, a samim tim i momenta, utoliko manje što je  $w_k$  (klizanja) veće (manje prigušena oscilacija), odnosno, što je opterećenje veće. **Ovako se ne može postići trenutni odziv bez oscilacija!**

- Nije se nikakav napredak postigao u odnosu na prethodni slučaj. Zato treba postići  $y_{qr} = 0$  i treba kontrolisati fluks.

## VEKTORSKO UPRAVLJANJE

- Kao što smo pomenuli, da bismo vektorski kontrolisali motor, potrebno je uspostaviti:

**a)**



**b)**  $y_{dr} = const$  i  $y_{dr} = y_{dr}^* \Rightarrow y_r = y_{dr}^*$

$\Rightarrow$  **c)**  $M_{em} = \frac{3}{2} y_{dr} \cdot i_{qs}$ , (iz 27.3)

- Ovako dobijamo raspregnuto upravljanje momentom i strujom.

preko  $i_{ds}$  – upravljamo fluksom

preko  $i_{qs}$  – upravljamo momentom

- uslovi **a** i **b** mogu se ostvariti na dva načina, tj. pomoću dva različita tipa vektorskog upravljanja:

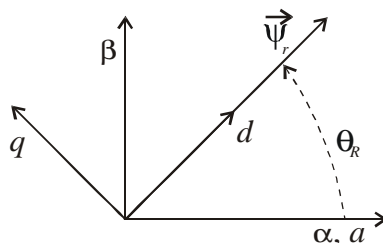
**I** DIREKTNO VEKTORSKO UPRAVLJANJE (DVU)

**II** INDIREKTNO VEKTORSKO UPRAVLJANJE (IVU)

- Osnovni problem i kod DVU i kod IVU je poznavanje prostorne orijentacije vektora rotorskog fluksa.

**DVU:**

$q_r = f(\vec{U}_s, \vec{i}_s)$   $q_r$  se određuje na osnovu statorskih napona i struja



**IVU:**

$q_r = f(\vec{i}_s, q_m)$   $q_r$  se određuje na osnovu statorskih struja i mehaničkog položaja rotora.

## I) DVU

- Koristi se ako ne posedujemo senzor na osovini za merenje položaja. (enkoder, rezolver...) tj. mehaničkog ugla rotora  $q_m$ . Senzor položaja ne možemo da koristimo kod mnogo velikih brzina obrtanja ili usled nekih drugih tehnoloških razloga.
- statorski napon se može predstaviti kao:

$$U_s \sim R \cdot i + w \cdot y$$

$\Rightarrow$  ako je  $w = 0$ ,  $U_s = R \cdot i$

$\Rightarrow$  tada ne postoji komponenta napona srazmerna fluksu pa se o fluksu ne može ništa zaključiti. Zato DVU ne može da se koristi u radu pogona pri brzinama bliskim nuli (u servo mehanizmima).

- mehanički ugao rotora se izračunava kao:

$$\boxed{q_R = \arctg \frac{y_{bR}}{y_{aR}}} \quad 60.1$$

znači, potrebno je izračunati  $a$  i  $b$  komponentu  $\vec{y}_R$ .

- Polazimo od statorskih naponskih j-na u  $a$ ,  $b$  sistemu.

$$U_{as} = R_s \cdot i_{as} + \frac{d}{dt} y_{as}$$

$$U_{bs} = R_s \cdot i_{bs} + \frac{d}{dt} y_{bs} \quad 60.2$$

- Ove dve jednačine možemo rešiti po  $y_{as}$  i  $y_{bs}$ . Treba na neki način iz statorskog fluksa doći do rotorskog fluksa.

$$y_{as} = L_s \cdot i_{as} + M \cdot i_{ar}$$

$$y_{rs} = L_r \cdot i_{ar} + M \cdot i_{as}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y_{as} &= \frac{M}{L_r} \left( \frac{L_r}{M} L_s \cdot i_{as} + L_r \cdot i_{ar} \right) \\ &= \frac{M}{L_r} \left( \frac{L_r}{M} L_s \cdot i_{as} + \underbrace{L_r \cdot i_{ar} + M \cdot i_{as} - M \cdot i_{as}} \right) \\ &= \frac{M}{L_r} \left( \frac{L_r \cdot L_s - M^2}{M} \cdot i_{as} + y_{ar} \right) \\ &= \underbrace{\frac{L_r \cdot L_s - M^2}{L_r}}_{L_{ge}} \cdot i_{as} + \frac{M}{L_r} \cdot y_{ar} \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} y_{ar} &= \frac{L_r}{M} (y_{as} - L_{ge} \cdot i_{as}) \\ y_{br} &= \frac{L_r}{M} (y_{bs} - L_{ge} \cdot i_{bs}) \end{aligned}} \quad 60.3$$

$$L_g = L_{ge} = \frac{L_r L_s - M^2}{L_r} \approx L_{gs} + L_{gr} \quad 61.1$$

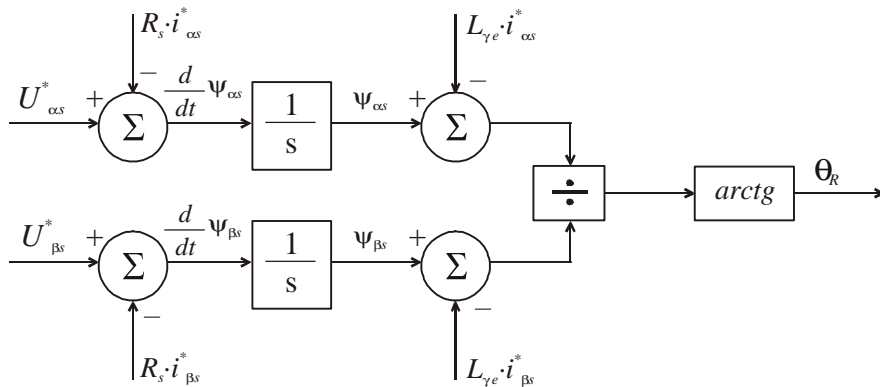
$L_{gs}$  – ekvivalentna induktivnost rasipanja motora

$$L_r = L_{gs} + M$$

$$M \gg L_{gs}, L_{gr}$$

$$L_r = L_{gs} + M$$

- Iz jednačina 60.2 i 61.1 možemo sačiniti blok dijagram:



svi ostali delovi algoritma su isti kao kod IVU (vidi kasnije)

- Pri DVU nije potreban dodatni algoritam za korekciju  $\hat{R}_r$ . Tačnost izračunavanja pri upotrebi ovog algoritma zavisi od:
  - $L_{gs}$ ; ono ne zavisi od  $t^\circ$  već samo od zasićenja zubaca mašine pri ekscesno velikim strujama, ali promene nisu velike; ne utiče mnogo na tačnost.
  - $R_s$ ; menja se sa  $t^\circ$  i on može da bude problem.
- pri brzinama  $> 10\% w_{nom}$ , pad napona na otpornosti postaje zanemarljiv (dominantna komponenta je  $w \cdot y$ ) pa i greška zbog loše procene  $R_s$  neće biti velika.
- Ovakav model je robustan ako brzine nisu bliske nuli.

## II) IVU

- Kod indirektnog vektorskog upravljanja nečim moramo meriti poziciju rotora.

$$y_{qr} = 0 \Rightarrow \frac{dy_{qr}}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow 0 = -w_k \cdot y_{dr} - \frac{1}{t_r} \cdot y_{qr}^0 + \frac{1}{t_r} M \cdot i_{qs} \quad (\text{iz 58.1b})$$

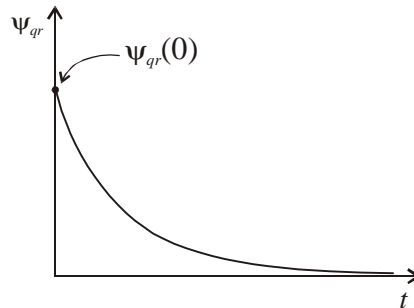
$$\Rightarrow \boxed{w_k = \frac{1}{t_r} \cdot \frac{1}{y_{dr}} M \cdot i_{qs}} \quad \text{uslov da bi se dobilo } y_{qr} = 0 \quad 61.2$$

- Ako nekako ostvarimo izraz (61.2), u prelaznom režimu (58.1b) će imati oblik:

$$0 = -\frac{1}{t_r} y_{qr} + \frac{1}{t_r} M \cdot i_{qs}^* - \frac{d}{dt} y_{qr} + \frac{1}{t_r} \frac{1}{y_{dr}} M \cdot i_{qs} \cdot y_{dr}$$

$$\Rightarrow \frac{dy_{qr}}{dt} + \frac{1}{t_r} \cdot y_{qr} = 0$$

$$\Rightarrow y_{qr}(t) = y_{qr}(0) \cdot e^{-\frac{t}{t_r}}$$



— ako je i postojala neka početna vrednost  $y_{qr}(0)$ , ona će eksponencijalno da padne na nulu.

— ako je  $y_{qr}(0) = 0$ , onda će  $y_{qr}$  i da ostane nula

- ako ostvarimo zadato  $w_k$  i ako protekne dovoljno dugo vremena ( $t \gg t_r$ ) da  $y_{qr}$  postane nula, jednačina (58.2a) poprimiće oblik

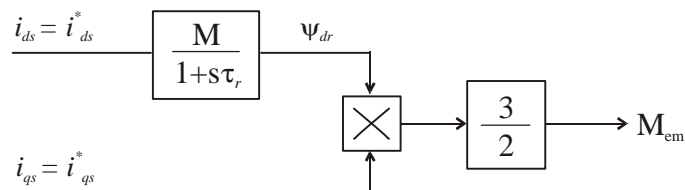
$$\frac{dy_{dr}}{dt} = -\frac{1}{t_r} y_{dr} + \frac{1}{t_r} M \cdot i_{ds}$$

62.1

⇒ **Zna-i, uz uslove:**

- motor je strujno napajan, odnosno, propusni opseg strujnog regulatora je dovoljno velik ( $f_{BW}$ )
- poznata je orijentacija rotorskog fluksa, te se **dq** sistem bira tako da je  $y_{qr}$  u pravcu ose d
- klizanje  $w_k$  je jednako izrazu (62.1)

dinamički model AM se može svesti na sledeće:



(na ovaj način se dinamički model AM kao aktuatora svodi na model JM sa nezavisnom pobudom).

---

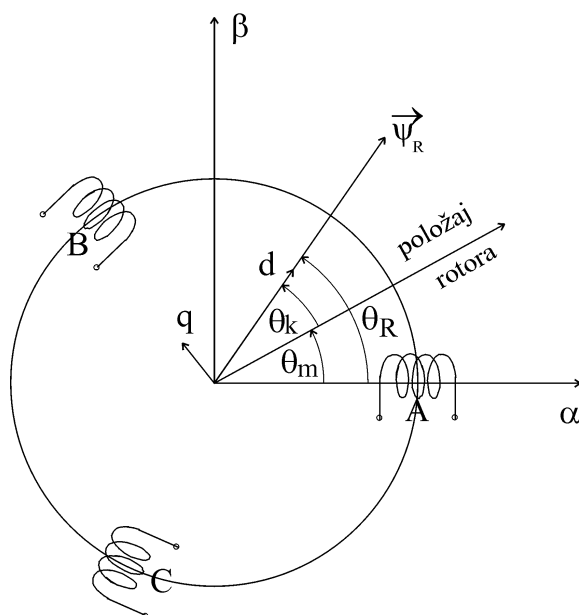
## IMPLEMENTACIJA

Ključno je prostorno određivanje položaja rotorskog fluksa:

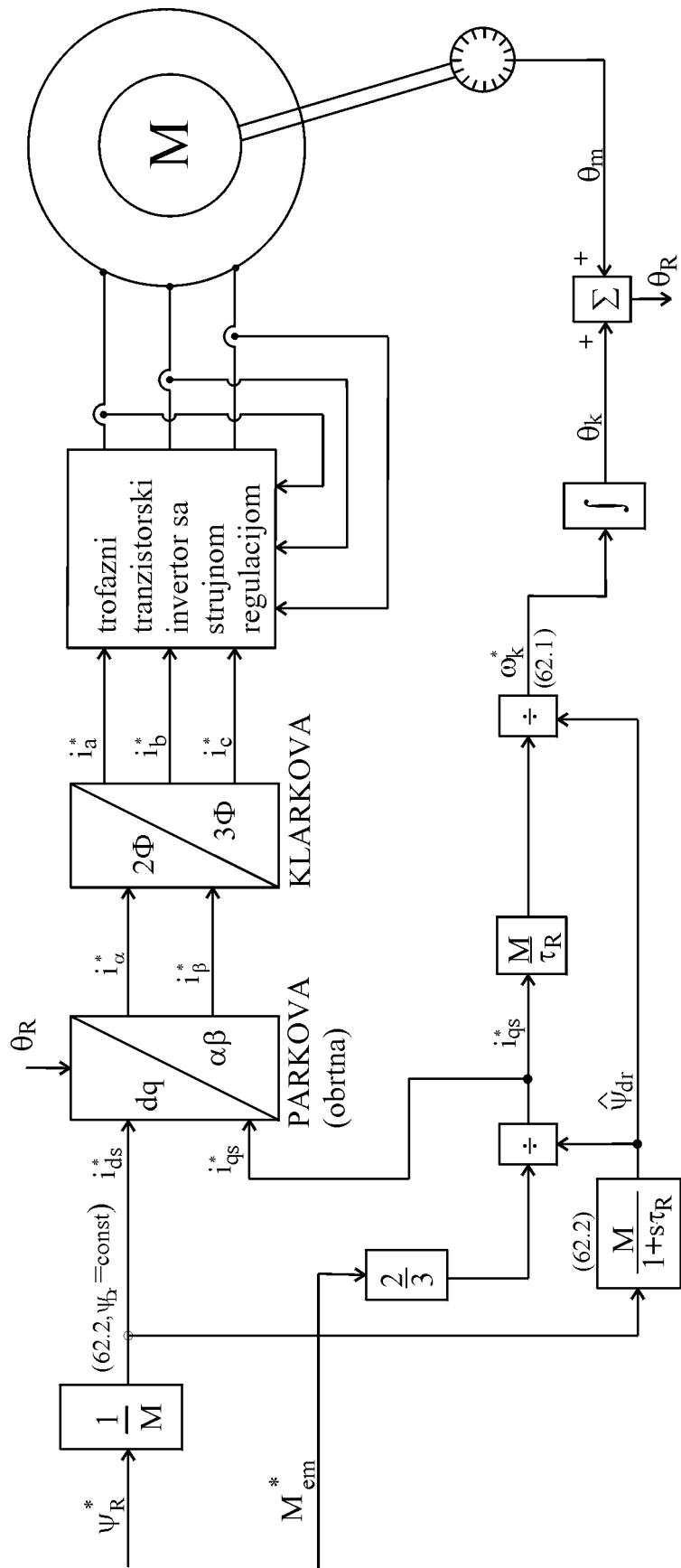
- $q_m$  - meri se senzorom na osovini
- $q_k$  - meri se preko klizanja  $w_k$

$$q_k(t) = \int_0^t w_k(t) dt$$

$$q_R = q_m + q_k$$



Ovako se određuje položaj rotorskog fluksa, odnosno ugao između  $d$  i  $\alpha$  osa.



$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_a^* \\ i_b &= i_b^* \\ i_c &= i_c^* \end{aligned} \right\} \text{zbog velikog propusnog opsega i regulacije}$$

$\hat{y}_{dr}$  - procenjena vrednost, koja ne mora biti jednaka tačnoj (pošto se ne meri  $\vec{y}_R$ , fluks se na osnovu proračuna samo procenjuje)

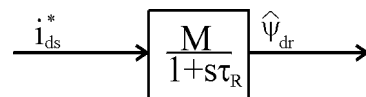
\* - veličine koje imaju zvezdicu su stvarno zadate veličine

Ovakav model nije mnogo komplikovan i nema mnogo računskih operacija. Ako je u pitanju pozicioni servo-mehanizam, onda senzor položaja već postoji, pa se neće poskupeti uređaj. Generalno, ovaj model ne daje loše rezultate.

### MANE:

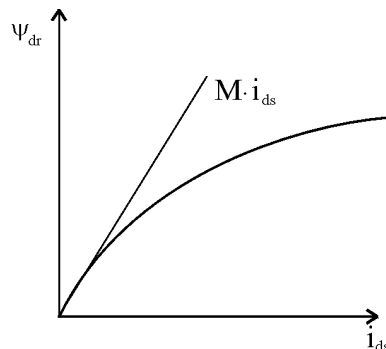
Preterano se oslanjamo na poznavanje parametara motora, što nije dobro jer motor nije robustan, tj. osetljiv je na promene parametara:

- a) (ovo je integratorski član, nema stat. grešku)



Ovaj blok nije loš jer je  $\hat{y}_{dr}$  u najvećem broju slučajeva konstantan.

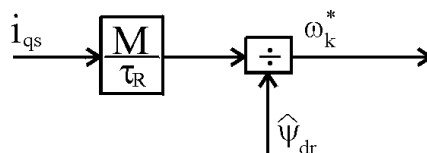
- b) Nije veliki problem što je karakteristika magnećenja nelinearna, jer se ona ne menja sa temperaturom, što znači da se ne menja tokom rada motora.



Pošto treba da je  $y_{dr} = \text{const.}$  dovoljno je jednom odrediti pobudnu struju  $i_{ds}$  koja daje taj fluks.

- c) OVO JE NAJVEĆI PROBLEM !

- $R_r = f$  (temperatura, učestanost rotorskih struja usled skin efekta)
- Ne postoje uslovi za merenje temperature rotora



$$w_k = \frac{M \cdot i_{qs}^*}{L_r / R_r} \cdot \frac{1}{M \cdot i_{ds}^*} \quad (61.1)$$

$$y_{dr} = M \cdot i_{ds}^* \quad (\text{iz 62.2 uz } y_{dr} = \text{const.})$$

$$w_k^* = \frac{\hat{R}_r}{L_r} \cdot \frac{i_{qs}^*}{i_{ds}^*}$$

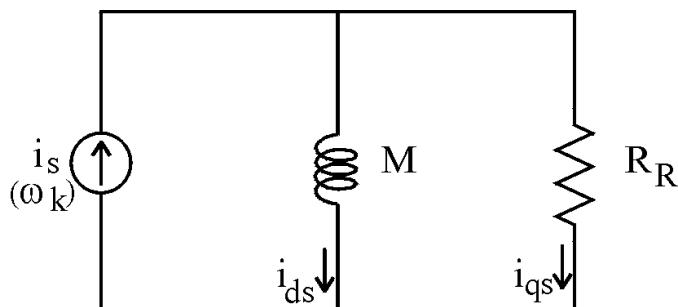


Zbog  $DR_R$  se pogrešno zadaje  $\mathbf{w}_k^* \Rightarrow \mathbf{q}_R$  neće ukazivati na dq sistem  $\Rightarrow$  dq sistem neće biti dobro orijentisan  $\Rightarrow$  doći će do greške u VU.

$$DR = \hat{R}_R - R_R$$

Razlika između pretpostavljene i stvarne vrednosti rotorskog otpora ( $\hat{R}_R = const.$ , pretpostavljena vrednost  $\Rightarrow$  vrednost kojom operiše model).

### GRE[KA U STACIONARNOM STANJU USLED DR



(ovako se može predstaviti strujno napajan motor)

$$i_s = \sqrt{i_{ds}^2 + i_{qs}^2} \quad i_{ds} = i_{ds}^*$$

$$\mathbf{w}_k = \frac{I}{T_R} \cdot \frac{i_{qs}^*}{i_{ds}^*} \quad i_{qs} = i_{qs}^*$$

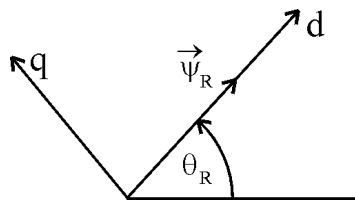
- $\mathbf{w}_k = \mathbf{w}_k(\hat{R}_R)$  (zadato), tj.  $DR=0 \Rightarrow$  kroz granu magnećenja  $M$  će ići tačno  $i_{ds}^*$ , a kroz  $R_R$  će ići tačno  $i_{qs}^*$
- $t[^\circ C] \uparrow \Rightarrow R_R \uparrow \Rightarrow DR < 0 \quad (R_R > \hat{R}_R) \Rightarrow \mathbf{w}_k^*(\hat{R}_R) < \mathbf{w}_k(R_R)$   
 $\mathbf{w}_k^*(\hat{R}_R) < \text{''POTREBNA VREDNOST''}$   
 $\Rightarrow (i_{ds})_{REALNO} > i_{ds}^*, (i_{qs})_{REALNO} < i_{qs}^*$   
 $\Rightarrow |\vec{y}_R| \uparrow$  raste amplituda rotorskog fluksa  
 $\Rightarrow M_{em} \uparrow \quad i (M_{em} > M_{em}^*)$   
 $\Rightarrow P_{Fe} \uparrow$
- $t[^\circ C] \downarrow \Rightarrow R_R \downarrow \Rightarrow DR > 0 \quad (R_R < \hat{R}_R) \Rightarrow \mathbf{w}_k^*(\hat{R}_R) > \mathbf{w}_k(R_R)$   
 $\Rightarrow (i_{ds})_{REALNO} < i_{ds}^*, (i_{qs})_{REALNO} > i_{qs}^*$   
 $\Rightarrow |\vec{y}_R| \downarrow$   
 $\Rightarrow M_{em} \downarrow \quad i (M_{em} < M_{em}^*)$   
 $\Rightarrow P_{Fe} \downarrow$   
 $\Rightarrow P_{Cu} \uparrow$ , jer je potrebna veća struja za isti  $M_{em}$  a manji fluks.

## DINAMI^KA GRE[KA

Ako je vektorsko upravljanje nekorektno tada postoje greške. Sa  $\mathbf{D}$  opisujemo odstupanja veličina koja su nastala zbog nekorektnog vektorskog upravljanja (usled pogrešne orijentacije dq sistema). (58.2)  $\Rightarrow$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{Dy}_{dr} \\ \mathbf{Dy}_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/T_r & \mathbf{w}_k \\ \mathbf{w}_k & -1/T_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Dy}_{ds} \\ \mathbf{Dy}_{qs} \end{bmatrix} \quad (67.1)$$

- ako je  $\mathbf{w}_k = \frac{R_r}{L_r} \cdot \frac{1}{\mathbf{y}_{dr}} \cdot M \cdot i_{qs}^* \Rightarrow \mathbf{y}_{qr} = 0 \Rightarrow \vec{\mathbf{y}}_R$  u  $d$ -osi



$$\mathbf{q}_R = \mathbf{q}_m + \int \mathbf{w}_k dt \quad (\text{kada bi tačno znali } R_r)$$

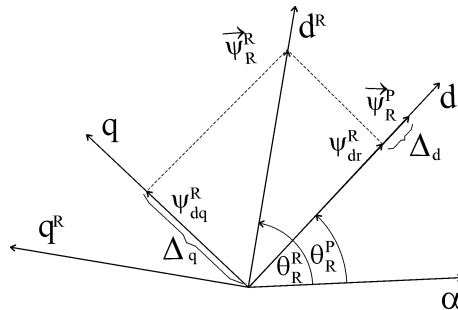
- Međutim, mi ne znamo vrednost  $R_r$ , već zadajemo  $\mathbf{w}_k$  na osnovu pretpostavljene vrednosti  $\hat{R}_r$

$$\mathbf{w}_k^* = \frac{\hat{R}_r}{L_r} \cdot \frac{1}{\mathbf{y}_{dr}} \cdot M \cdot i_{qs}^*$$

- Ako je  $R_r = \hat{R}_r$ , tj.  $\dot{u}_k^*(\hat{R}_r) = \dot{u}_k(R_r)$ , dq-sistem će biti pravilno orjentisan i neće biti greške u vektorskom upravljanju

$$\mathbf{Y}_{dr} = \mathbf{Y}_r \quad \mathbf{Y}_{qr} = 0$$

- Pretpostavimo da je  $R_r$  (realno)  $> \hat{R}_r$



-“potrebna vrednost”  $\mathbf{w}_k^R$ , da bi se izračunala stvarna orijentacija fluksa rotora ( $\vec{\mathbf{y}}_R^R$ , tj.  $d^R q^R$  sistem) biće veća od zadate  $\mathbf{w}_k^*$ , tj:

$$\mathbf{q}_R^R = \mathbf{q}_m + \int \mathbf{w}_k^R dt > \mathbf{q}_R^P = \mathbf{q}_m + \int \mathbf{w}_k^* dt$$

- To dovodi do odstupanja realnih i proračunatih vrednosti fluksa po d i q osi:

$$\begin{aligned} \mathbf{Dy}_{dr} &= \mathbf{y}_{dr}^R - \mathbf{y}_{dr}^P \\ \mathbf{Dy}_{qr} &= \mathbf{y}_{qr}^R - \mathbf{y}_{qr}^P = \mathbf{y}_{qr}^R \end{aligned}$$

- Usled  $\mathbf{Dy}_{dr}$  i  $\mathbf{Dy}_{qr}$ , pojavice se i oscilatorna komponenta momenta. Iz (56.3)  $\Rightarrow$

$$DM_{em} = \frac{3}{2} (\mathbf{Dy}_{dr} i_{qs} - \mathbf{Dy}_{qr} i_{ds})$$

- Iz (67.1) se vidi da su polovi datog sistema:

$$s_{1/2} = -\frac{1}{T_r} \pm j\omega_k$$

$\Rightarrow$  Sa povećanjem opterećenja prigušenje oscilacija fluksa (a samim tim i momenta) je manje, jer  $\omega_k \uparrow$  ( $i_{qs} \uparrow$ ).

$\Rightarrow$  Pošto su učestanosti ovih oscilacija veoma niske ( $\omega_k \sim 2 \div 5 \text{ Hz}$ ), one ugrožavaju performanse pogona, jer je motorski mehanički deo niskopropustan i ove oscilacije se ne prigušuju.

$\Rightarrow$  Pribegava se algoritmu za određivanje (adaptaciju) rotorskog otpora.

## ALGORITMI ZA KOREKCIJU TEMPERATURNIH PROMENA $R_r$

Potrebno je imati indikaciju (ustanoviti simptome) da postoji greška u vektorskom upravljanju. Postoje dva načina:

a) detekcijom promene amplitude  $|\vec{\mathbf{y}}_R|$

b) detekcijom promene momenta

- a) Odstupanje rotorskog otpora se određuje indirektno, na osnovu razlike u amplitudama  $\mathbf{y}_R$ , dobijenih na osnovu modela rotorskog kola (prva) i iz estimatora rotorskog fluksa (druga). Struktura estimatora je izabrana tako da rezultat estimacije ne zavisi od otpornosti  $R_s$  ( $R_s = f(t \text{ } ^\circ\text{C})$ ) i ofset-napona integratora, pa je moguć rad kompenzacionog mehanizma pri vrlo malim brzinama.

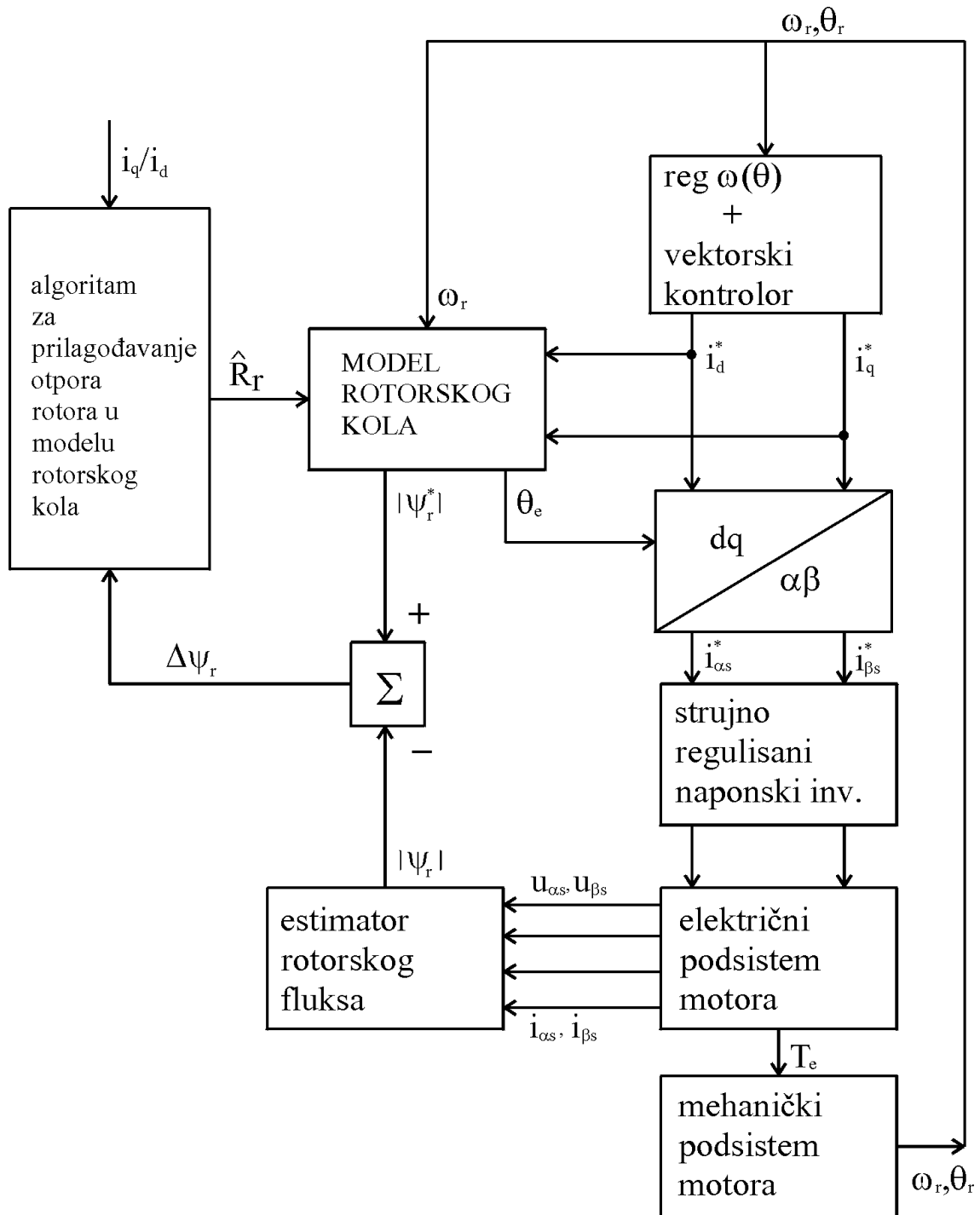
RAZVIJA SE MATEMATIČKI MODEL:

$$u_{as} = R_s \cdot i_{as} + \frac{d\mathbf{y}_{as}}{dt}$$

$$u_{bs} = R_s \cdot i_{bs} + \frac{d\mathbf{y}_{bs}}{dt}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_{as} &= L_s \cdot i_{as} + M \cdot i_{ar} \\ \mathbf{y}_{ar} &= L_r \cdot i_{ar} + M \cdot i_{as} \end{aligned} \right\} \mathbf{y}_{as} = \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \cdot i_{as} + \frac{M}{L_r} \cdot \mathbf{y}_{ar} = L_s \cdot i_{as} + \frac{M}{L_r} \mathbf{y}_{ar}$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_{bs} &= L_s \cdot i_{bs} + M \cdot i_{br} \\ \mathbf{y}_{br} &= L_r \cdot i_{br} + M \cdot i_{bs} \end{aligned} \right\} \mathbf{y}_{bs} = \left( L_s - \frac{M^2}{L_r} \right) \cdot i_{bs} + \frac{M}{L_r} \cdot \mathbf{y}_{br} = L_s \cdot i_{bs} + \frac{M}{L_r} \mathbf{y}_{br}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad u_{as} &= R_S \cdot i_{as} + L_S \cdot \frac{di_{as}}{dt} + \frac{M}{L_r} \cdot \frac{dy_{ar}}{dt} \\ u_{bs} &= R_S \cdot i_{bs} + L_S \cdot \frac{di_{bs}}{dt} + \frac{M}{L_r} \cdot \frac{dy_{br}}{dt} \\ \Rightarrow \quad \int u_{as} dt &= R_S \int i_{as} dt + L_S i_{as} + \frac{M}{L_r} \cdot y_{ar} + V_{a0} \\ \int u_{bs} dt &= R_S \int i_{bs} dt + L_S i_{bs} + \frac{M}{L_r} \cdot y_{br} + V_{b0} \end{aligned}$$

$V_{a0}, V_{b0}$  –ofset naponi (posledica nesavršenosti integratora).

Formira se funkcija  $F(u_{as}, u_{bs}, i_{as}, i_{bs})$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(u_{as}, u_{bs}, i_{as}, i_{bs}) &= i_{as} \int u_{as} dt + i_{bs} \int u_{bs} dt \\ &= R_S \left( i_{as} \int i_{as} dt + i_{bs} \int i_{bs} dt \right) + L_S (i_{as}^2 + i_{bs}^2) + \frac{M}{L_r} (y_{ar} i_{as} + y_{br} i_{bs}) + i_{as} V_{a0} + i_{bs} V_{b0} \end{aligned}$$

Ovaj izraz je nepogodan za određivanje trenutne vrednosti  $y_R$ . Može se pokazati da samo drugi i treći član izraza imaju srednju vrednost veću od nule, što omogućava da se usrednjavanjem (ili propuštanjem kroz niskopropusni filter funkcije  $F$ ) odredi srednja vrednost rotorskog fluksa.

#### USREDNJAVANJE FUNKCIJE $F$

(eliminiše se uticaj  $R_S$  i ofset integratora)

$$\begin{aligned} i_{as} &= I_S \cdot \sin \omega t \\ i_{bs} &= I_S \cdot \cos \omega t \\ \Rightarrow \quad (V_{a0} i_{as})_{sr} &= 0 \quad i \quad (V_{b0} i_{bs})_{sr} = 0 \quad \Rightarrow \quad (i_{as} V_{a0} + i_{bs} V_{b0})_{sr} = 0 \\ \Rightarrow \quad i_{as} \int i_{as} dt &= -I_S^2 \cdot \sin 2\omega t / 2\omega \\ i_{bs} \int i_{bs} dt &= I_S^2 \cdot \sin 2\omega t / 2\omega \\ \Rightarrow \quad R_S \left( i_{as} \int i_{as} dt + i_{bs} \int i_{bs} dt \right)_{sr} &= R_S \left( -I_S^2 \cdot \sin 2\omega t / 2\omega + I_S^2 \cdot \sin 2\omega t / 2\omega \right) = 0 \\ \Rightarrow \quad F_{sr} &= L_S I_S^2 + \frac{M}{L_r} (y_{ar} i_{as} + y_{br} i_{bs}) \end{aligned} \tag{70.1}$$

$$\begin{aligned} y_{ar} i_{as} + y_{br} i_{bs} &= [y_{ar} \quad y_{br}] \cdot \begin{bmatrix} i_{as} \\ i_{bs} \end{bmatrix} \\ [y_{ab}] &= [C] \cdot [y_{dq}] \quad [i_{ab}] = [C] \cdot [i_{dq}] \\ \Rightarrow \quad [y_{abr}]^T \cdot [i_{abs}] &= ([C] \cdot [y_{dqs}])^T \cdot [C] \cdot [i_{dqs}] \\ &= [y_{dqr}]^T [C]^T [C] \cdot [i_{dqs}] \\ &= [y_{dr} \quad y_{qr}] \cdot \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} = y_{dr} \cdot i_{ds} + y_{qr} \cdot i_{qs} \\ \Rightarrow \quad y_{ar} i_{as} + y_{br} i_{bs} &= y_{dr} i_{ds} + y_{qr} i_{qs} = \frac{(F_{sr} - L_S I_S^2) L_r}{M} = X \end{aligned} \tag{70.2}$$

Iz (58.2), pri  $d/dt = 0$  dobija se :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_{dr} &= \frac{M i_{ds} + \mathbf{w}_k T_r M i_{qs}}{1 + \mathbf{w}_k^2 T_r^2} \\ \mathbf{y}_{qr} &= \frac{M i_{qs} - \mathbf{w}_k T_r M i_{ds}}{1 + \mathbf{w}_k^2 T_r^2} \end{aligned} \right\} |\mathbf{y}_r|^2 = \frac{M^2 i_s^2}{1 + \mathbf{w}_k^2 T_r^2} \quad (71.1)$$

Iz (70.2) i (71.1)  $\Rightarrow$

$$X = \mathbf{y}_{ds} \cdot i_{ds} + \mathbf{y}_{qs} \cdot i_{qs} = \frac{M(i_{ds}^2 + i_{qs}^2)}{1 + \mathbf{w}_k^2 T_r^2} = \frac{|\mathbf{y}_r|^2}{M}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{y}_r|^2 = L_r (F_{sr} - L_s I_s^2) \quad \text{IZRAČUNAVANJE AMPLITUDE FLUKSA} \quad (71.2)$$

PREKO TERMINALNIH NAPONA I STRUJA

( $L_s$  se ne menja mnogo sa promenom temperature, a i član  $L_s I_s^2 \ll F_{sr}$ )

- Sada treba uočiti kako se menja fluks (njegova amplituda) pri promeni otpornosti rotorskog kola

$$\frac{1}{T_r} \cdot \mathbf{Dy}_{dr} + \frac{d(\mathbf{Dy}_{dr})}{dt} - \mathbf{w}_s \mathbf{Dy}_{qr} = 0$$

$$\frac{1}{T_r} \mathbf{Dy}_{qr} + \frac{d(\mathbf{Dy}_{qr})}{dt} + \mathbf{w}_s \mathbf{Dy}_{dr} = -M i_q \frac{1}{T_r} \frac{DR}{R_r}$$

- Pretvaranjem u s-domen možemo da izračunamo  $\mathbf{Dy}_{dr}$  i  $\mathbf{Dy}_{qr}$ .  
Kao posledica nepodešenosti rotorskog kola, javlja se oscilatorni odziv fluksa (i momenta). Polovi sistema imaju negativan realni deo  $\Rightarrow$  sistem je stabilan. Faktor prigušenja je dat. Oscilacije fluksa i momenta su prigušenije ukoliko je odnos struja  $i_q / i_d$  manji (osetljivost vektorski kontrolisanog pogona na  $DR$  raste sa opterećenjem).

$$\mathbf{Dy}_{dr} = -M i_q \frac{DR}{R_r} \cdot \frac{\mathbf{w}_s T_r}{s^2 T_r^2 + 2s T_r + 1 + \mathbf{w}_s^2 T_r^2}$$

$$\mathbf{Dy}_{qr} = -M i_q \frac{DR}{R_r} \cdot \frac{1 + s T_r}{s^2 T_r^2 + 2s T_r + 1 + \mathbf{w}_s^2 T_r^2}$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathbf{w}_s^2 T_r^2}} \quad \mathbf{w}_s T_r = \frac{i_q}{i_d}$$

- Zavisnost amplitude rotorskog fluksa u stacionarnom stanju od  $DR$  je :

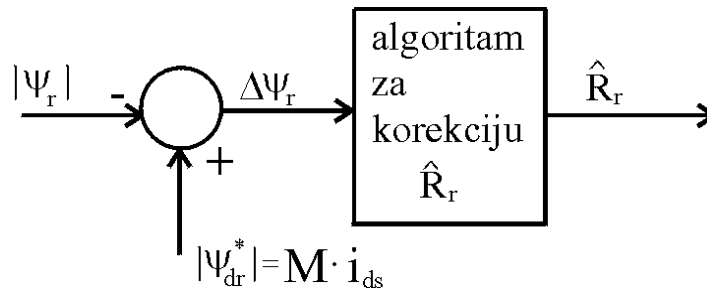
$$|\mathbf{y}_r| = \sqrt{\mathbf{y}_{dr}^2 + \mathbf{y}_{qr}^2} = \mathbf{y}_{dr_0(DR=0)} \cdot \sqrt{\frac{1 + (i_q/i_d)^2}{1 + ((1 + DR/R) \cdot i_q/i_d)^2}} \quad (71.3)$$

Usled  $DR$ ,  $M$  i  $\mathbf{Y}$  odstupaju od komandovanih vrednosti i u toku prelaznih procesa i pri ustaljenom stanju. Onemogućeno je raspregnuto upravljanje  $M$  i  $\mathbf{Y}$ , jer i  $i_d$  i  $i_q$  utiču na fluks, a relacija  $M(i_q)$  je nelinearna. Pozitivne vrednosti  $DR$  prouzrokuju smanjenje fluksa motora u odnosu na fluks izračunat u modelu rotorskog kola.

$$\Rightarrow DR > 0 \Rightarrow \mathbf{Dy}_r > 0 \quad (\text{sa slike str. 69})$$

Izjednačavanjem  $\mathbf{Dy}_r$  sa nulom postiže se jednakost između otpornosti rotorskog namotaja motora ( $R_r$ ) i otpornosti kojom operiše model ( $\hat{R}_r$ ).

$$\mathbf{Dy}_r = 0 \Rightarrow \hat{R}_r = R_r$$



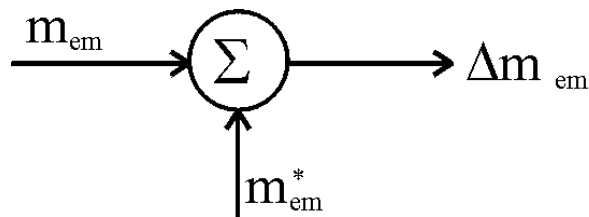
$$Dy_r = y_r^* - |y_r|$$

- Za korekciju  $\hat{R}_r$  usvaja se integralno dejstvo po grešci  $Dy_r$  (omogućuje nultu grešku  $DR$  u stacionarnom stanju, pri konstantnoj temperaturi rotora). Vremenska konstanta integracije treba da je za red veća od  $T_r$ .

$$\hat{R}_r(n+1) = \hat{R}_r(n) + K \cdot Dy$$

- Ovakva estimacija jeste spora (3÷5 s), ali sa obzirom na spore termičke promene, ona je zadovoljavajuće brza.

b) **ADAPTACIJA  $\hat{R}_r$  PREKO  $DM_{em}$**

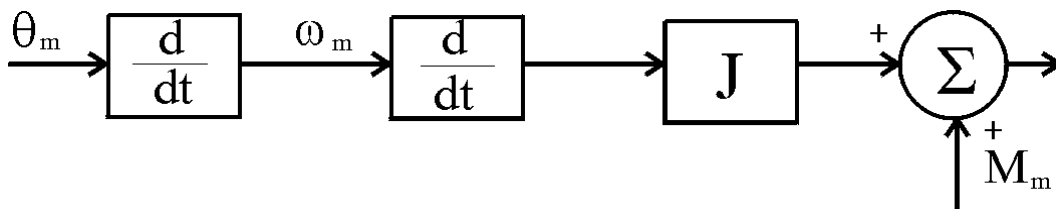


Ako bi znali  $DM_{em}$  mogli bi odrediti  $DR$ . KAKO DETEKTOVATI  $M_{em}$  ?

- 1) Merenjem električne snage :

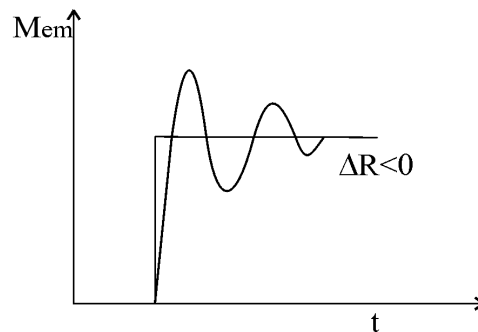
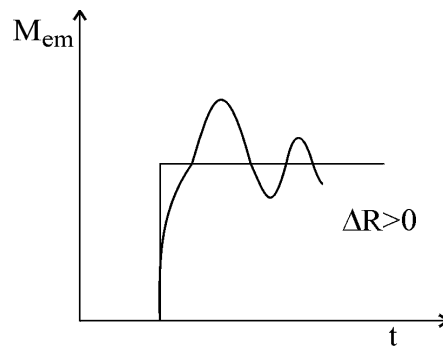
$$P_e = R_s i_s^2 + w_m \cdot M_{em} \quad , \text{figuriše } R_s = f(t^0) \text{ koje nije poznato!}$$

- 2) Diferenciranje izmerene brzine :



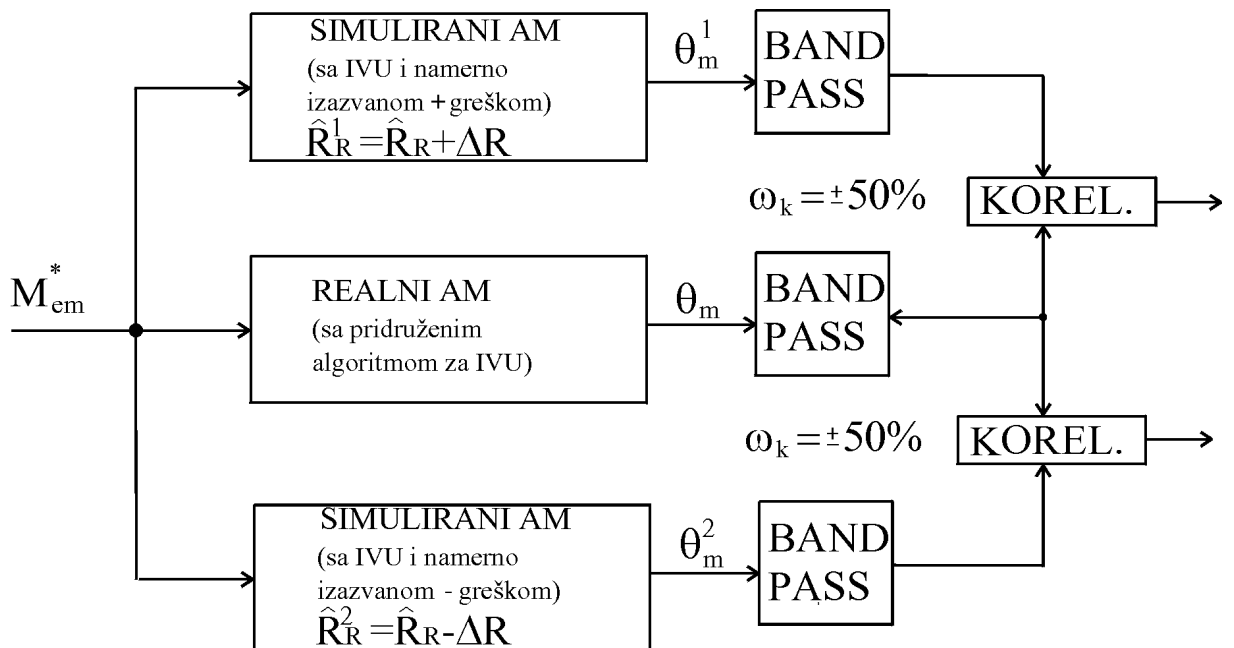
- Ni ovo se ne radi, jer se diferenciranjem naglašava merni šum (dva diferenciranja su teško prihvatljiva).
- Takođe nije poznato ni  $M_m$ .

3) Analiza spektralnog sastava :



Analizom spektra  $M_{em}$  (odnosno  $\mathbf{q}_m$ ) mogu se odrediti oscilacije što znači da postoji greška  $\mathbf{DR}$ .

- paralelno sa realnim AM (sa pridruženim algoritmom za IVU) se postavljaju simulirani AM sa namerno izazvanim greškama (pozitivnom i negativnom).



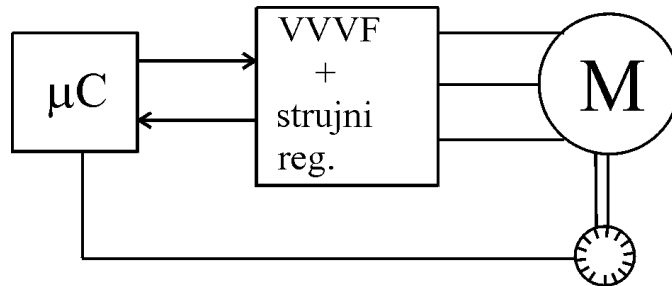
- Izračunava se korelacija (tj. poređenje spektralnih sastava) za svaki od simuliranih sistema  $[\mathbf{q}_m^1$  i  $\mathbf{q}_m^2]$  prema stvarnom odzivu  $[\mathbf{q}_m]$ , i koja je teža (tj. čiji spektralni sastav više liči na realan) → ide se na tu stranu.



## MERENJE/IDENTIFIKACIJA PARAMETARA MOTORA PRI PRVOM UKLJU^ENJU ("SELF-COMMISSIONING")

Kada se pogon prvi put pusti u rad onda se izmere njegovi parametri ( $R_s$ ,  $R_r$ , karakteristika magnećenja, rasipanje,  $I_n$ ,...) i unesu se u memoriju digitalnog kontrolera. Bilo bi dobro izvršiti automatizaciju merenja parametara pogona. To predstavlja proceduru identifikacije parametara, ali nije komplikovana jer se ne radi u toku rada.

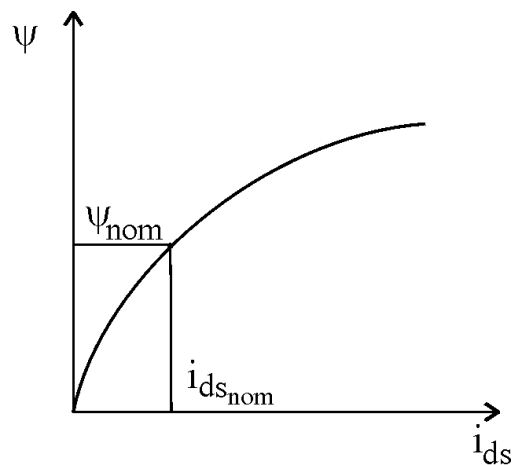
Sredstvo identifikacije:



### 1) MERENJE $R_s$

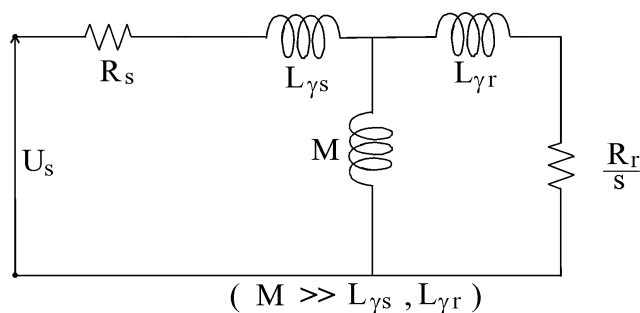
Ovo je najlakše. Dovoljno je na motor dovesti jednosmerni napon malog intenziteta ( $1\% U_n$ ) i izmeriti jednosmernu struju.

### 2) ODREĐIVANJE KARAKTERISTIKE MAGNEĆENJA M



Da bi se izmerila ova karakteristika:

- Motor se mora okretati slobodno (bez opterećenja koje ga drži zakočenim).
- Motor mora biti neopterećen.



Za prazan hod:

$$s \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{R_r}{s} \rightarrow \infty \Rightarrow \text{postoji samo } R_s \text{ i induktivnosti}$$

$\Rightarrow$  Dovede se  $U_{nom}$ ,  $w_{nom}$  i meri se struja  $i_{ds\ nom}$  (nominalna struja magnećenja) koja se ima pri nominalnom fluksu.

$$(Y_{nom} \sim U_{nom} / w_{nom})$$

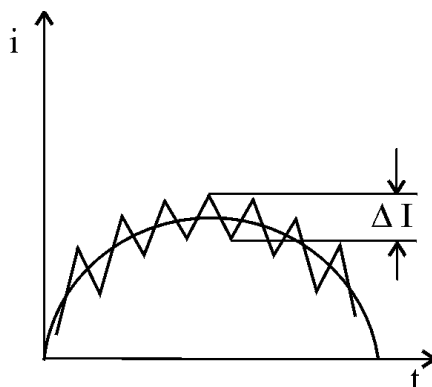
$\Rightarrow$  Ako motor treba da radi i pri drugačijem fluksu od nominalnog, treba poznavati celokupnu krivu magnećenja. Tada se varira napon i fluks je  $Y \sim U / w \Rightarrow$  čita se struja praznog hoda i određuje M.

### 3) ODREĐIVANJE EKVIVALENTNOG RASIPANJA $L_{ge}$

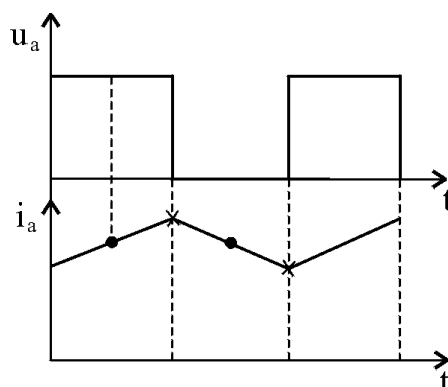
#### a. POMOĆU MERENJA AMPLITUDE STRUJNOG RIPLA

- Usled nesinusnog napajanja struja ima ripl.

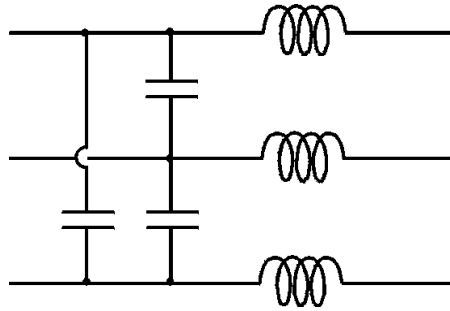
$$DI \sim \frac{ET}{4L_{ge}} \quad \left( \sim \frac{I}{L_{ge}} \right) \quad \text{određivanjem } DI \text{ se može odrediti } L_{ge}.$$



- Ovo i nije baš dobar način, jer to treba da uradi neki algoritam koji može samo da uzima odbirke iz A/D konvertora, a pošto postoji i odabirač, treba garantovati uzimanje struje baš u vrhu, što je teško ostvarljivo.
  - Odbirak struje potreban za zatvaranje strujne petlje treba uzimati na sredini impulsa napona.
  - Za merenje ripla treba uzimati odbirke struje pri komutacijama na invertoru.



- Zbog umanjnja disipacije na invertorskom mostu, smanjuje se vreme komutacije, pa je strmina napona na izlazu pri komutacijama čak do:  $dV / dt \sim 50 \text{ V/ns}$ .

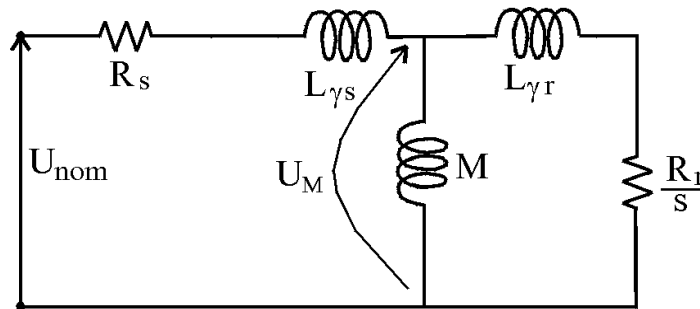


⇒ Usled parazitnih C provodnika i upravljačkih kola, injektuju se struje  $i_i = C \frac{dV}{dt}$  i to predstavlja konduktivne struje.

⇒ Takođe se javljaju i smetnje usled zračenja sa tih provodnika, što ozračuje merne uređaje i utiče na njih, pa je doza šuma u tim trenucima dosta velika, pogotovo kada se meri mala veličina kao  $DI$ .

- Dogradnja filtra komplikovala bi hardver.

#### b. POMOĆU MERENJA IMPENDANSE MOTORA

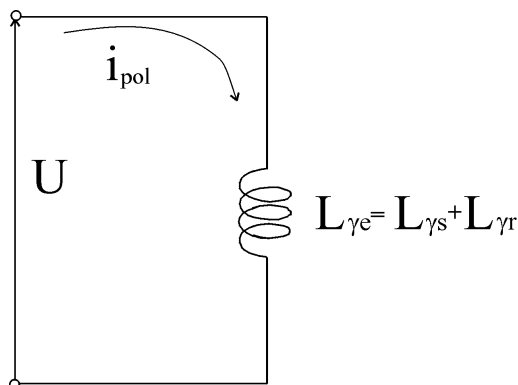


- Kada je motor u kratkom spoju  $w_m = 0 \Rightarrow s = 1$  i uz grubu pretpostavku:  $Z_R = Z_S \Rightarrow$

$$U_M \approx \frac{1}{2} U_{nom}$$

- Tada je  $Y < Y_{nom}$  ( $wY \sim U_M$ ) i na karakteristici magnećenja radna tačka će se spustiti na linearni deo, u oblast malih struja magnećenja, pa se grana magnećenja može zanemariti, pošto je

$$X_{ge} = w_{nom} (L_{gs} + L_{gr}) \gg R_s + R_r$$



- Za konvencionalne motore (asinhronne) polazna struja je :

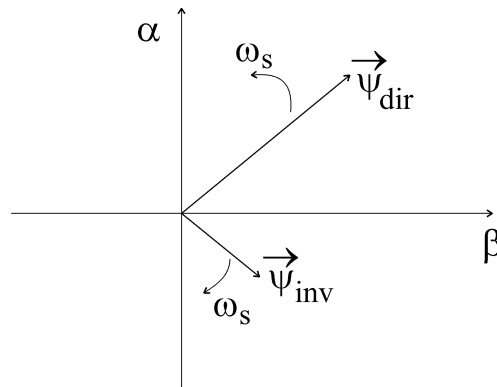
$$I_{pol} = \frac{U_{nom}}{wL_{ge}} \Rightarrow i_{pol} [\%] = \frac{I}{X_{ge} [\%]}$$

- Ako motor, koji se prvi put priključi na most i  $mC$ , izložimo nominalnom naponu:
  - polazna struja će biti nakoliko puta veća od nominalne, pa most može da strada;

- motor će početi da se okreće, doći će do  $s \approx 0$ , i sav račun je bespotreban.  
 $\Rightarrow$  treba motor držati zakočenim ili uraditi na neki drugi način dovesti da klizanje ne bude manje od 1.  
 $\Rightarrow$  To se može dobiti tako što se motor napaja malom komponentom inverznog polja.

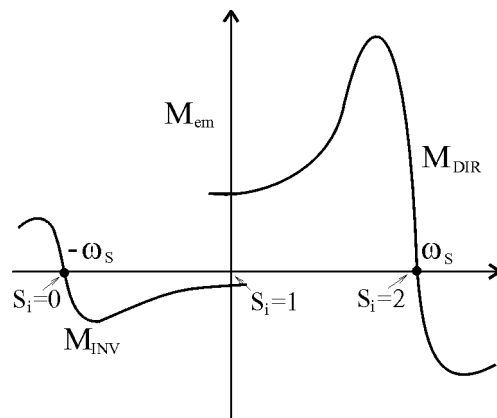
$$U_{STATORA} = U_{DIREKTNA\ KOMPONENTA} + U_{INVERZNA\ KOMPONENTA}$$

(u vazdušnom zazoru postoje dva obrtna polja; jedno se vrti u pozitivnom, jedno u negativnom smeru).

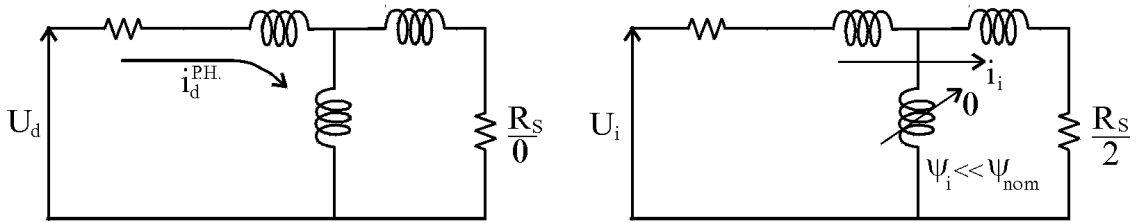


$$\begin{aligned} \Rightarrow u_a(t) &= \sqrt{2}U_{nom} \cos \omega_s t + 0,1U_{nom} \sqrt{2} \cos \omega_s t \\ u_b(t) &= \sqrt{2}U_{nom} \cos(\omega_s t - 120^\circ) + 0,1U_{nom} \sqrt{2} \cos(\omega_s t + 120^\circ) \\ u_c(t) &= \sqrt{2}U_{nom} \cos(\omega_s t - 240^\circ) + 0,1U_{nom} \sqrt{2} \cos(\omega_s t + 240^\circ) \end{aligned}$$

Usled direktne i inverzne komponente javiće se i dve komponente momenta, momenti direktnog i inverznog polja. Pošto je dominantan moment  $M_{DIR}$ , motor će krenuti u direktnom smeru i doći će do brzine bliske  $\omega_s$ .



Relativno klizanje za inverznu komponentu:  $S_i=2$ ,  $\omega_{KL}^i=2\omega_s$   
 Ovakom kroz motor neće teći velika struja (nominalna struja praznog hoda direktnog polja). Međutim, postoji i struja inverznog polja pomoću koje ćemo izraziti reaktansu rasipanja motora.



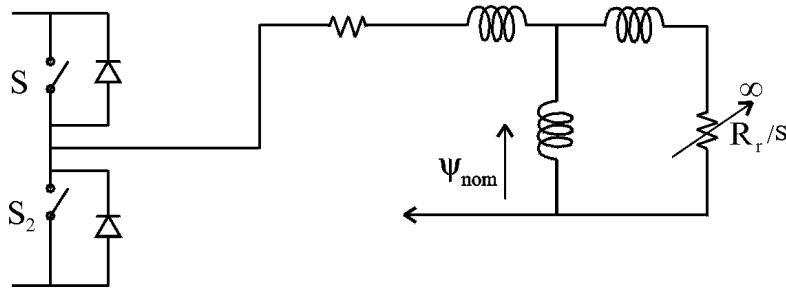
(Znači, struju statora smo razložili na direktnu, inverznu i nultu komponentu:  $I_d$ ,  $I_i$ ,  $I_0$  sa tim što je  $I_0 = 0$  ako ne postoji ofset senzora struje).

Za razlaganje  $I_s$  na  $I_d$ ,  $I_i$ ,  $I_0$  potrebno je samo izvoditi trigonometrijske funkcije i množenje.

#### 4) ODREĐIVANJE $R_R$

Pošto je rotorski namot kavezni, njemu se ne može pristupiti, pa se ne može direktno meriti otpor. Znači – malo matematike.

- Motor dovedemo do nominalne brzine u praznom hodu,  $\omega_m \gg \omega_{s\ nom}$ , uz  $U_{nom}$ ,  $Y_{nom}$ . Zatim,
- Izvršimo inhibiciju VVVF (zaustavi se most koji napaja motor).



Brzim gašenjem mosta, brzo se prekida statorska struja ( $i_s = 0$ ) i energija akumulirana u  $L_g$  je

$$W = \frac{1}{2} L_g i_s^2$$

i preko dioda se vraća u most.

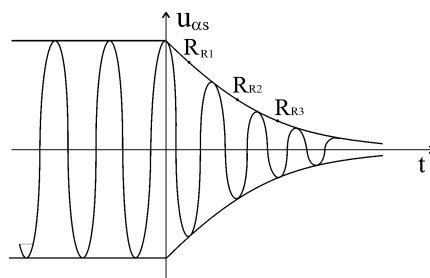
- Na osnovu 62.2 pri  $i_s = 0$  :

$$\Rightarrow \frac{dy_{dr}}{dt} T_R + y_{dr} = 0$$

$$\Rightarrow y_{dr}(t) = y_{dr}(0) \cdot e^{-t/T_R} \quad (\text{isključenje u } t = 0)$$

$$u_{ab} = \omega_m \cdot y_s \Rightarrow \begin{cases} u_{as} = \omega_m y_{dr}(t) \cos \omega_m t \\ u_{bs} = \omega_m y_{dr}(t) \sin \omega_m t \end{cases}$$

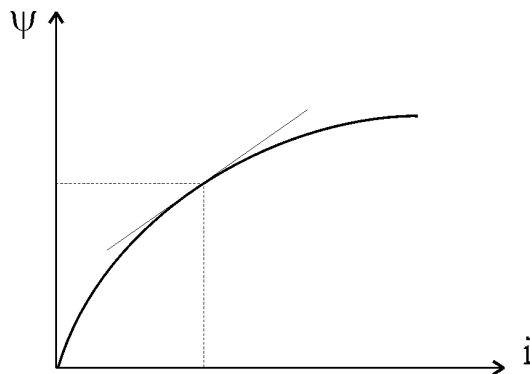
$\omega_m \gg \text{const.}$  jer je motor ne opterećen, pa ga ništa brzo ne koči.



Iz ponašanja napona  $u_{as}$  i  $u_{bs}$  se vidi da ako se utvrdi anvelopa (obvojnica) napona, može se odrediti  $i_{T_R}$ , a samim tim i  $R_r$ .

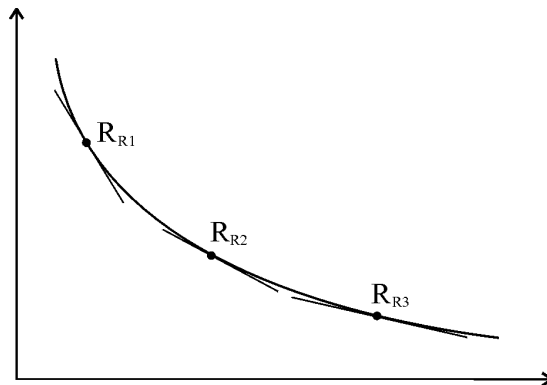
$$R_r = \frac{L_R}{T_R} = \frac{L_{\psi} + M}{T_R}$$

- Magnetno kolo nije linearno, pa diferencijalna jednačina važi samo približno. Zato je potrebno stalno računati i dinamičko magnećenje  $M = \frac{dy}{di}$ .



- Zbog toga će kriva napona ispočetka da brže pada, a posle sporije nego kod idealnog (gde je  $M = \text{const.}$ ).
- Nezgoda je što treba znati statorski napon, pa je potreban senzor napona (do sada je statorski napon uziman da je jednak referenci, pa se u račun uzimala referenca statorskog napona).
- ALGORITAM:

U nekoliko tačaka obvojnice se odrede vrednosti rotorskog otpora, sa  $M = \frac{dy}{di}$ , a potom se vrši usrednjavanje  $R_r$  uz pomoć težinskih koeficijenata koji govore koliko se “veruje” podatku  $R_R$  u određenoj tački (pri malom naponu šum je veliki, pa se manje “veruje” izmerenoj vrednosti napona. Šum  $\rightarrow$  šum A/D konverzije).



Za određivanje  $R_r^{SR}$  potrebno je odrediti srednju vrednost nagiba tangenti obvojnice (u tačkama 1,2,3,...).

#### NAPOMENA :

- Neki od ovih algoritama se mogu koristiti i za vršenje identifikacije parametara motora u toku rada. Međutim, to se izbegava jer inverzno polje ubrizgava inverzni momenat što smanjuje korisni momenat i dovodi do pulsacija momenta.
- Može se koristiti Kalmanov filter, ali pošto je AM nelinearan, mora se red sistema povećati za jedan i dobija se proširen Kalmanov filter.

Sušтина metoda je da se šum (na učestanosti komutacije) koristi kao test signal.

- Nesinusno napajanje poseduje u svom spektru neželjene komponente koje nemaju spektar belog šuma (ima u svom spektru sve učestanosti – teoretski), ali se mogu koristiti kao test signal.

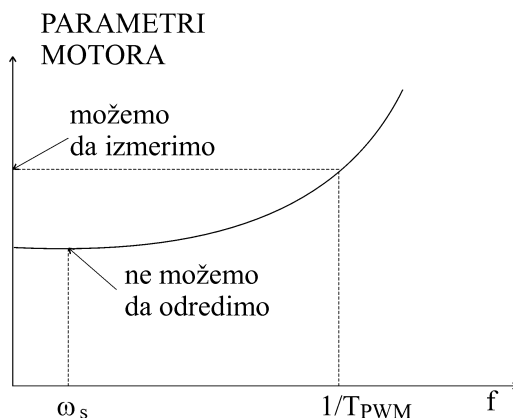
To do sada nije bilo naročito uspešno, jer sa tim možemo izvršiti identifikaciju parametara na  $\omega = 1 / T_{P_{PWM}}$ , a nama su potrebni parametri motora na radnim učestanostima:

$$\omega_K \rightarrow 1 \div 2 \text{ Hz}$$

$$\omega_S \rightarrow 50 \div 100 \text{ Hz}$$

(PWM ima spektar na  $\omega_s$  i na  $1 / T_{P_{PWM}}$  i u njihovoj bliskoj okolini).

- Ako bi se test signal imao na  $1 / T_{P_{PWM}}$ , onda bi se parametri motora odredili pri toj učestanosti, i mi nebi imali podatak koliki su oni na radnim učestanostima.  $1 / T_{P_{PWM}}$  ne sme se spustiti suviše nisko, jer bi imali pulsacije momenta i nepavilan rad.



Promena parametara motora zavisi od geometrije motora, a tu zavisnost obično ne znamo, pa merenje na velikoj učestanosti ne može pomoći da se odredi veličina na maloj učestanosti.

### DIGITALNO MERENJE $\omega$ i $q$

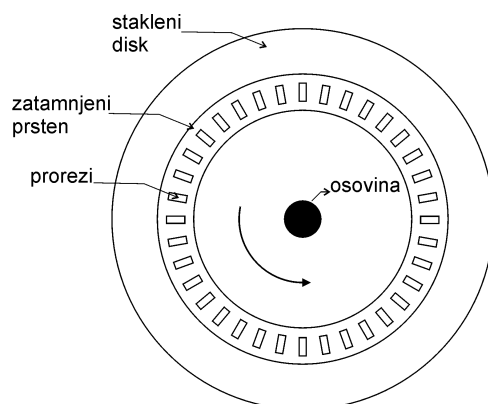
Jedan senzor (uređaj) služi za merenje obe veličine, i to je senzor položaja. Obično se koriste dve vrste senzora:

1° (OPTIČKI) ENKODERI (APSOLUTNI I INKREMENTALNI)

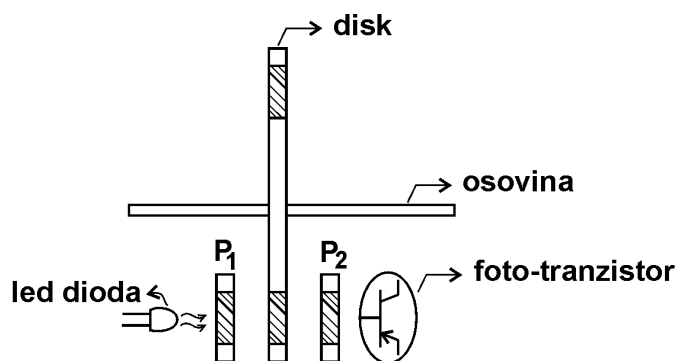
2° ELEKTROMAGNETNI REZOLVERI

## ENKODERI (inkrementalni)

Enkoderi su najčešće optički. Osnova im je stakleni disk, namontiran na osovinu, koji ima zatamnjen prsten i na njemu ekvidistantne radijalne proreze kroz koje može da prođe svetlo.

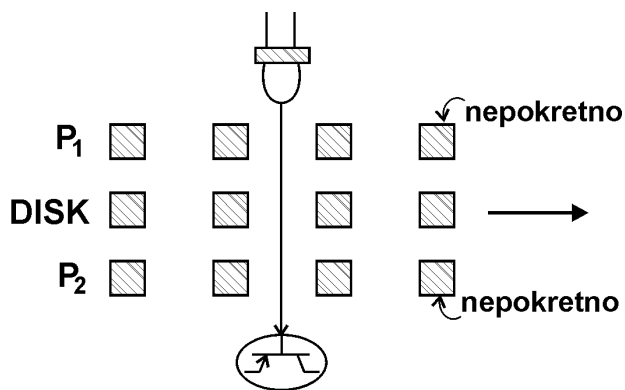


Disk se vrti zajedno sa osovinom. Na nepokretnom delu enkodera su dve zatamnjene ploče na kojima su prorezi raspodeljeni na istom rastojanju kao i kod diska.



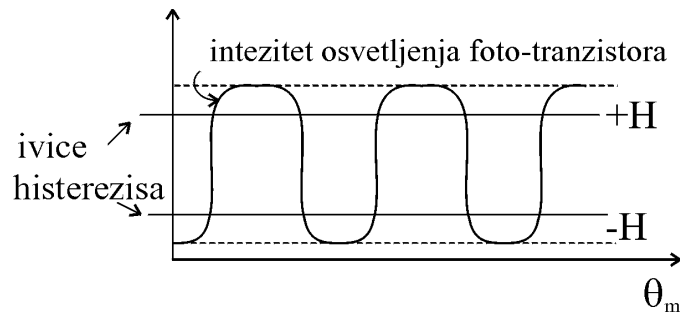
Sa jedne strane tih pločica je led dioda, a sa druge strane se nalazi fototranzistor (zajedno sa pločicama čine detekcioni komplet).

Između pločica se vrti disk, koji seče ili propušta svetlo LED diode (obično infracrveno), što zavisi od toga da li je između P<sub>1</sub> i P<sub>2</sub> prorez ili nije.



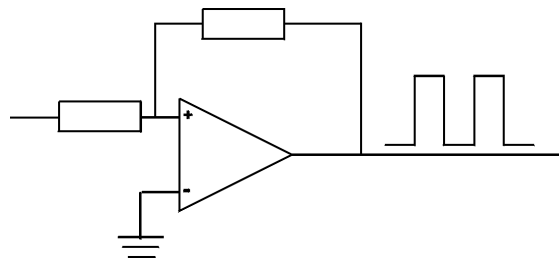


Ako prorezi na disku dođu u položaj kao na slici, osvetljenje fototranzistora je maksimalno, a ako dođu između → intenzitet osvetljenja je nula.



Ova karakteristika nije linearna (^^), kako bi se moglo očekivati jer se “prozor” linearno povećava, pa zatim linearno smanjuje. Razlog je rasipanje, prelamanje svetlosti na ivicama i slično...

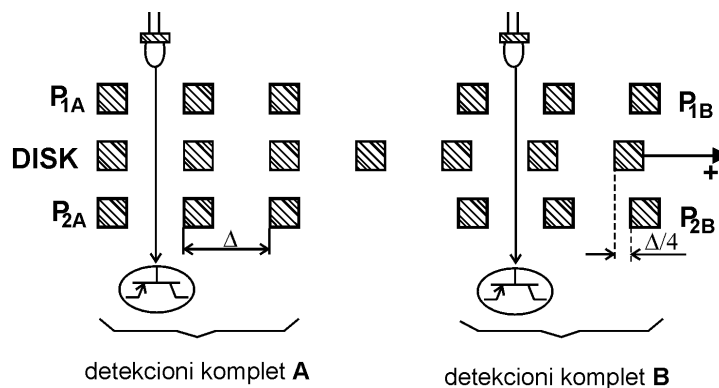
Ovaj signal se pojačava i vodi na histerezisni komparator ⇒ dobija se povorka četvrtastih impulsa.



BROJ IMPULSA PO OBRTAJU OSOVINE JEDNAK JE BROJU PROREZA NA DISKU ⇒ TAKO SE MOGU MERITI  $w$  i  $q$ .

- MEĐUTIM, ovako se ne zna smer obrtanja motora. Zato se dodaje još jedan detekcioni komplet.

On se montira tako da su montirane pločice pomerene za četvrtinu rastojanja  $D$ . Može se ugraditi i na istim pločicama, samo što je zazor između LED diode i foto-tranzistora detekcionog kompleta B pomeran za  $D/4$  u odnosu na detekcioni komplet A.

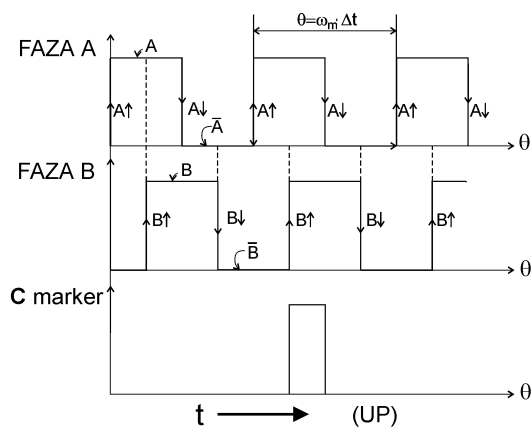


IMPULSI DETEKCIONIH KOMPLETA **A** I **B** ZA:

$$w_m > 0 \quad \mathbf{P} \quad \mathbf{q} - \quad ( \mathbf{t} - \text{ u istom smeru kao } \mathbf{q} )$$

$$\Delta t = \frac{\Delta}{w_m}$$

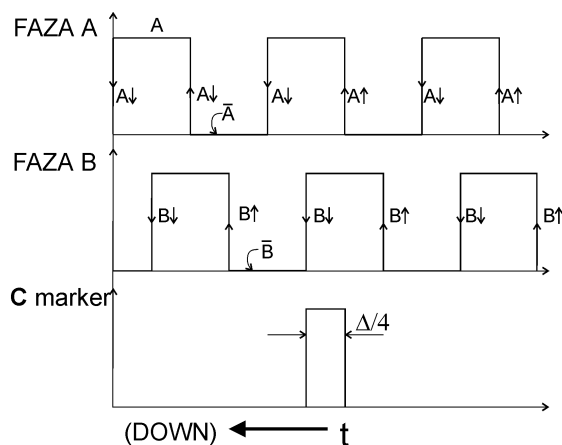
- Izlazna ivice faze **B** koincidira sa visokim impulsom faze **A**
- Silazna ivica na fazi **B** koincidira sa niskim impulsom faze **A**.



### IMPULSI DETEKCIONIH KOMPLETA **A** I **B** ZA

$$w_m < 0 \quad (t \text{ "opada"})$$

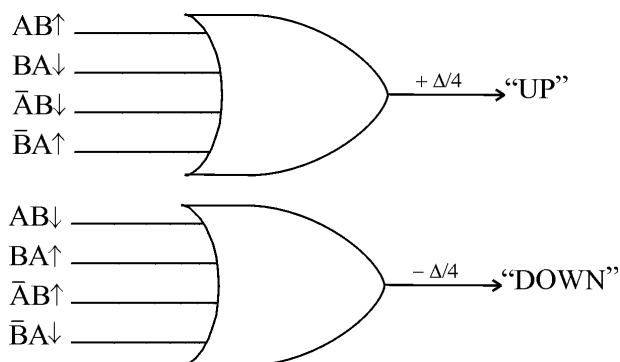
- Uzlazna ivica na fazi **B** koincidira sa niskim naponom na fazi **A**.
- Silazna ivica na fazi **B** koincidira sa visokim nivoom faze **A**.
- Obično postoji i treći detekcioni komplet koji samo jednom u toku punog obrtaja generiše jedan impuls. Njegova širina je obično  $D/4$  i koincidira sa visokim nivoima faza **A** i **B**.



Sa **C** markerom se može znati tačan položaj rotora u toku jednog obrta (bez njega bi se moglo znati samo koliko je proreza rotor prešao u odnosu na početnu poziciju, a ne i gde se tačno nalazi u toku obrtanja osovine). Početna pozicija se ima na startu motora.

### DETEKCIJA POLO@AJA

- Koristi se logičko ILI kolo:



Bilo koji od ovih događaja da se desi → imamo pomeraj u pozitivnom smeru od  $D/4$ .

$$"UP" = AB \uparrow + BA \downarrow + \bar{A}B \downarrow + \bar{B}A \uparrow$$

Ako se desi pomeraj u negativnom smeru  $D/4$

$$"DOWN" = AB \downarrow + BA \uparrow + \bar{A}B \uparrow + \bar{B}A \downarrow$$

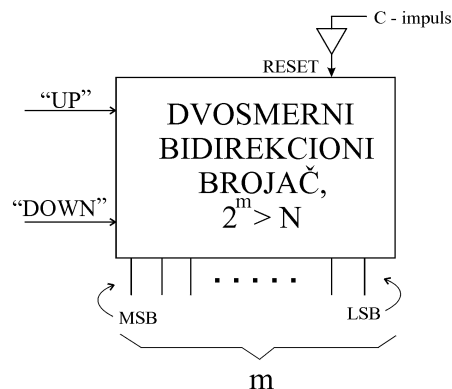
$$D = \frac{2p}{N}$$

$N$  – ukupni broj proreza na disku

$D$  - POMERAJ (u radijanima)

- Da bi se detektovao položaj dovoljno je imati dvosmerni (bidirekcion) brojač, čija je osnova:

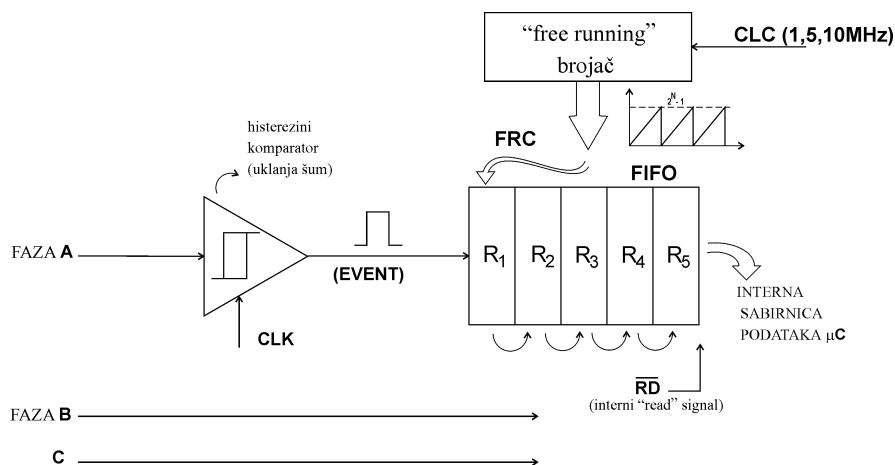
$$2^m > N$$



- Digitalna reč na izlazu brojača daje položaj rotora u okviru jednog obrtaja.
- Ovaj enkoder (inkrementalni) nema mnogo žica, ali zahteva dodatnu logiku za generisanje "UP" i "DOWN" signala (bilo hardverska, bilo softverska rešenja).

PROBLEM: Pre nailaska prvog markera **C** mi ne znamo gde se osovina nalazi (njen apsolutni položaj).

- Da bi odredili vreme između dva impulsa koristimo **CAPTURE/COMPARE** brojački sistem u okviru samog  $\mu C$ .



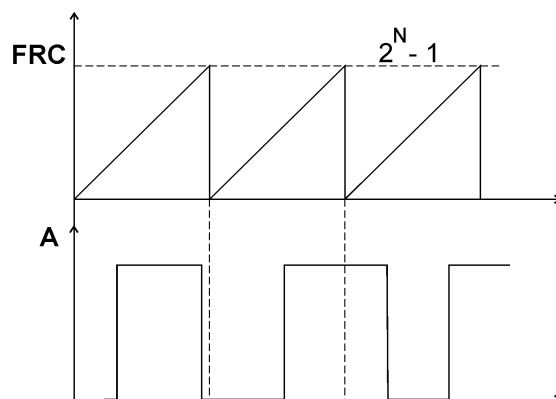
Komparator je interni i služi za filtriranje (pravi četvrtke signala).

---

### “ **CAPTURE** ”-f-ja:

Ako se desi EVENT →FRC (sadržaj brojača) se upisuje u  $R_1$  i vrši se pomeranje sadržaja registra (FIFO memorija).

Signal iz faze **A** izaziva EVENT (može se programirati da je to uzlazna ili silazna ivica, ili obe, ili jednostavno nivo signala).



- Treba imati registarsku memoriju od nekoliko registara u koju se može upisati FRC. Ta memorija treba da bude FIFO tipa, da bi se vršilo pomeranje sadržaja prilikom čitanja.
- Sadržaj registra  $R_5$  se može čitati preko interne sabirnice podataka  $mC$ , i to se inicijalizuje signalom  $\overline{RD}$ .

⇒NA OVAJ NAČIN SE MOŽE ODREDITI TRENUTAK DOGAĐAJA, AKO SE ON UOPŠTE DESIO.

- U internom filteru (komparatoru) postoji mali D-flipflop koji okida sa sistemskim satom tako da se, u principu, trenutak očitavanja i trenuci upisa ne poklapaju.
- Ako bi bio samo jedan registar koji bi pamtiio samo jedan događaj, onda ne bi imali podatak da li je bio jedan ili više događaja u toku jednog ciklusa brojača (interapta). Ovako možemo pamtitii pet događaja, ako ih bude više → izgubićemo neke.

Ako je vreme ciklusa dovoljno kratko onda neće biti “gubljenja” događaja.

## MERENJE BRZINE POMOJ U ENKODERA

- U  $mC$  kontrolisanim električni pogonima potrebno je raspolagati digitalnom vrednošću brzine i pozicije radi uspostavljanja povratne sprege i prikazivanja na digitalnom displeju.
- Podatak o brzini moguće je dobiti pomoću klasičnog tahometra, koji na izlaznim priključcima generiše analogni signal proporcionalan brzini, i izvršavanjem A/D konverzija. Određivanje pozicije bi zahtevalo integraciju ovog signala, čime se ne bi dobila precizna pozicija.

⇒ Kao pozicioni senzor, u vektorski kontrolisanim pogonima koristi se obični impulsni davač (optički enkoder) ili rezolver koji je robusniji od enkodera i podnosi više temperature, ali mu je primena složenija.

- Položaj osovine motora pomoću enkodera dobijamo u formi broja:

$$q_m = n \frac{2p}{N}$$

$N$  – rezolucija pri merenju položaja osovine (broj impulsa u punom krugu)

$n$  – broj prebrojanih impulsa

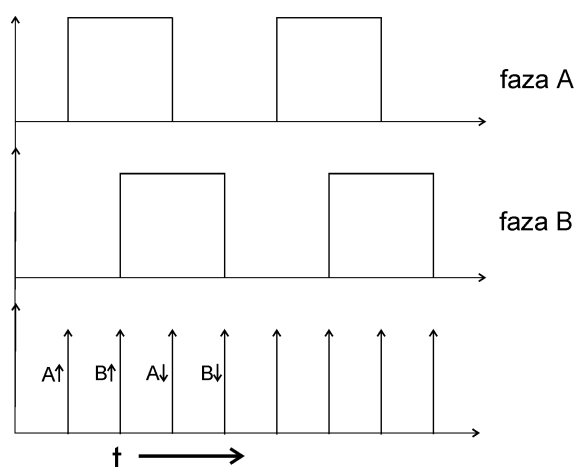
Ako invertor ima dve faze, detekcijom + i – faznih ivica i njihovom kombinacijom rezoluciju uvećavamo četiri puta.

$$N = 4N_A$$

$$\Rightarrow Dq = \frac{2p}{4N_A}$$

**$Dq$**  - REZOLUCIJA ENKODERA SA DVE FAZE

$N_A$  – rezolucija jedne faze (npr. 1250 impulsa/obrtaja)



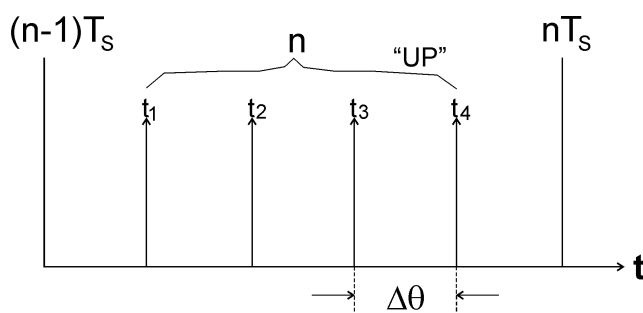
- Mikroprocesor raspolaže sa dve vrste podataka:
  - a) Može da izmeri broj “UP/DOWN” impulsa u toku periode odabiranja (pomoću bidirekcionog brojača).
  - b) Primenom “CAPTURE” brojačkog sistema se može memorisati trenutak dešavanja jednog događaja, i može se meriti širina impulsa (tj. proteklo vreme između dva događaja).

Koristeći ove podatke (zasebno) možemo izračunati brzinu na dva načina, a njihovom kombinacijom → na treći način.

#### 1. Određivanje brzine merenjem broja impulsa u vremenskom intervalu $T_s$

Brojač je izveden tako da mu je osnova brojanja jednaka broju impulsa u toku jednog obrtaja. Na taj način, sadržaj brojača u svakom trenutku predstavlja ugaoni položaj rotora od 0 do  $2p$ . Mikrokontrolor u trenucima odabiranja očitava sadržaj brojača i na taj način se raspolaže sa podatkom o poziciji.

- Svaki od ”UP” impulsa predstavlja ugaoni pomeraj od  $Dq$



$$Dq = \frac{2p}{4N_A}$$

$$q_n - q_{n-1} = nDq$$

$n \cdot Dq$  - broj prebrojanih impulsa u toku jedne periode pomnožen sa  $Dq$

- Na osnovu prebrojanih impulsa u toku jedne periode odabiranja, možemo odrediti brzinu:

$$w = n \frac{\Delta q}{T_S} \quad (87.1)$$

Znači, broj impulsa u toku jedne periode opada sa smanjenjem brzine.

- Rezolucija pri ovakvom merenju je:

$$\Delta w = \frac{\Delta q}{\Delta T} = \frac{2p}{T_S} \frac{1}{4N_A} \quad (87.2)$$

Znači, sa smanjenjem  $T_S$  rezolucija se povećava (a mi smanjujemo  $T_S$  da bi povećali propusni opseg).

PRIMER: Za enkoder sa 1250 impulsa po obrtaju i jednom fazom, pri  $T_S=0.01s$  ; jedan impuls u toku periode odabiranja odgovara brzini:

$$\Delta w \left[ \frac{obr}{min} \right] = \frac{60}{2p} \frac{2p}{T_S} \frac{1}{N_A} = \frac{60}{0.01 \cdot 1250} = 4.8 \frac{obr}{min}$$

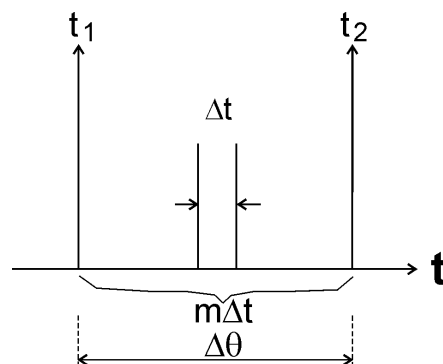
- NE DAJE DOBRE REZULTATE PRI MALIM  $w$  JER JE REZOLUCIJA MALA.

## 2. Određivanje $w$ merenjem vremena između dva susedna impulsa

Vreme merimo tako što kada dođe impuls sadržaj FREERUNNING brojača izbacimo u registar ("CAPTURE"). Trenutak sledećeg impulsa ubacujemo u drugi registar. Njihova razlika nam daje traženo vreme :

$$t_2 - t_1 = m \cdot Dt$$

$Dt$  – perioda CLOCK-a "FREERUNNING" brojača



$$\Rightarrow w = \frac{\Delta q}{t_2 - t_1} = \frac{2p}{4N_A} \cdot \frac{1}{m \cdot \Delta t}$$

Priroda merenja je takva da postoji najmanji kvant  $\Delta \left( \frac{I}{\dot{u}} \right)$  koji se može izračunati, a to je za  $m = 1$ .

$$D \left( \frac{I}{w} \right) = \frac{4N_A}{2p} \cdot Dt$$

PRIMER: Pri brzini od 1500 %/min, vremenski interval između dva uzastopna fazna impulsa ( $N_A=1250$ , jedna faza) je:

$$t_2 - t_1 = \frac{60}{1250 \cdot 1500} = 32 \mu s$$

Ukoliko se ovo vreme meri pomoću brojača sa učestanosti takta od 2MHz ( $Dt = 5 \cdot 10^{-7} s$ )

$$m = \frac{t_2 - t_1}{Dt} = 64$$

za  $m = 64$ , znači, dobija se  $w=1500$  %/min

za  $m = 65$  dobija se  $w=1477$  %/min

⇒ REZOLUCIJA JE 23 %/min, ZA BRZINU OD 1500 %/min

(za manje  $w \Rightarrow t_2 - t_1 \uparrow \Rightarrow m \uparrow \Rightarrow$  rezolucija veća)

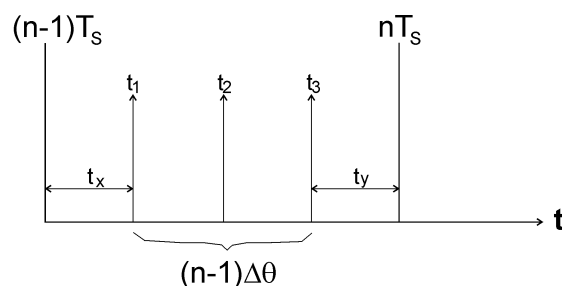
- ⇒
- Prva metoda daje dobre rezultate pri velikim  $w$  (za  $N_A \sim 1000$ , CLOCK=1MHz, loš pri  $w < 100^{ob}/_{min}$ ).
  - Druga metoda daje dobre rezultate pri malim  $w$  (loš za  $w > 60^{ob}/_{min}$ ).

### 3. Kombinovana metoda

Potrebno je izmeriti broj impulsa enkodera u intervalu odabiranja, vreme proteklo od početka intervala do prvog impulsa i vreme proteklo od zadnjeg impulsa do kraja intervala. Na taj način je moguće odrediti srednju širinu impulsa sa znatno većom tačnošću nego u slučaju kada se meri širina jednog impulsa.

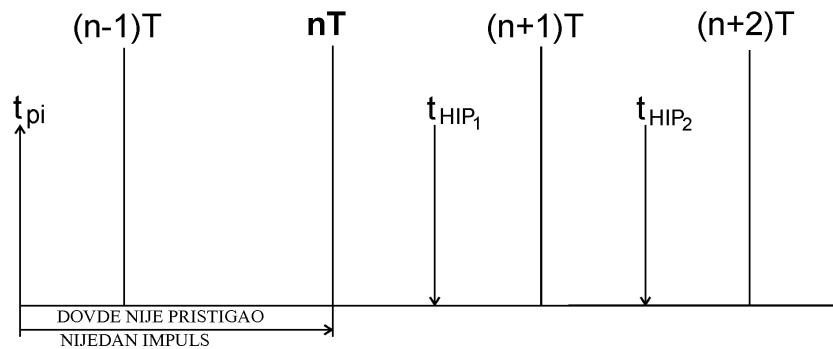
$$w = \frac{(n-1) \cdot Dq}{T - t_x - t_y}$$

SREDNJA VREDNOST BRZINE U TOKU CIKLUSA ODABIRANJA



MANA: Šta ako u toku periode dođe jedan ili nijedan impuls?

Pri brzinama  $w < w_{MIN}$  (koja zavisi od  $T_s$  i  $N_A$ ) može se desiti da u toku periode dođe jedan ili nijedan impuls.



- Mi ne znamo kolika je tačno  $w$ , ali znamo da je  $w < Dq/T_s$ . Ali, ne znamo da li je ona + ili - .
- Predpostavljamo da će pristići impuls u polovini sledeće periode (hipotetički) i na osnovu  $T_{HIP}$  i  $T_{pi}$  određujemo brzinu.

$$w = \frac{\Delta q}{t_{HIP1} - t_{pi}}$$

- Ako ga nema ni tada, onda se očekuje impuls u (n+2) periodi:

$$w = \frac{\Delta q}{t_{HIP2} - t_{pi}}$$

... i tako dalje, pa će brzina hiperbolički da opada što i nije loše.

Pošto su enkoderi zakačeni za osovinu motora, enkoderi rade u prašnjavim uslovima, a ima i dosta uljnih para

⇒ Stakleni disk se može napuniti uljem i prašinom što mu smanjuje operativnost. Takođe i rotor ga greje (može da se ugreje do 140 °C ).

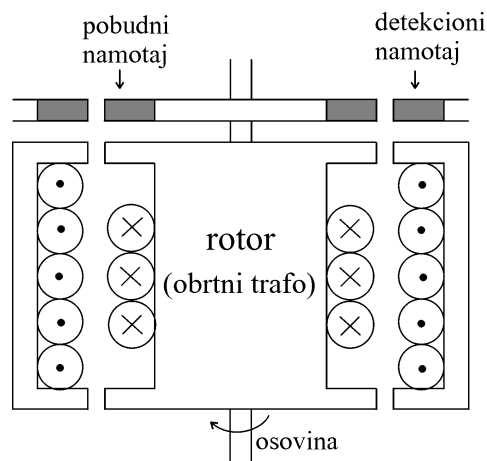
⇒ Potreban senzor u formi električne mašine → REZOLVER

## REZOLVER

Rezolver sadrži:

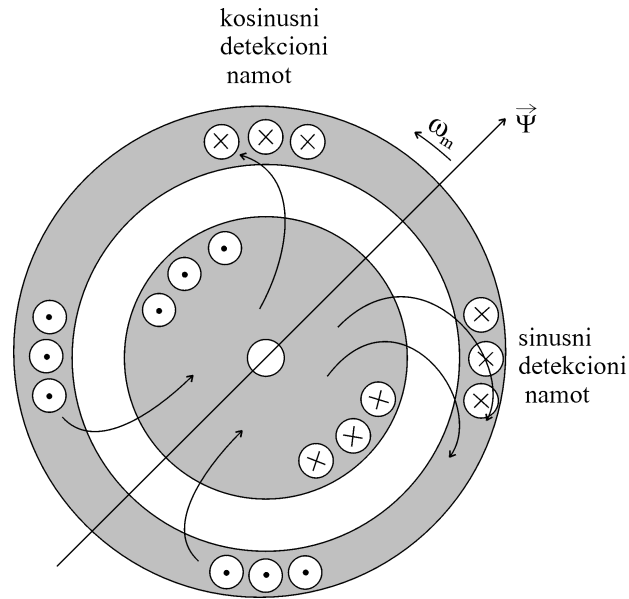
- OBRTNI TRAFI
- DVOFAZNI DETEKTORSKI NAMOTAJ

Na statoru se nalaze namotaji primara, a na rotoru namotaji sekundara. Naizmenični signal na statoru prouzrokuje naizmenični signal na rotoru (u sekundaru), a taj napaja pobudni namotaj drugog magnetnog kola na rotoru čiji su provodnici paralelni osovini. Detekcioni namotaj je na statoru takođe sa provodnicima paralelnim osovini.





- U primarni namotaj na statoru se injektuje ~ napon sa 50KHz, 50Ma.
- Magnetno kolo pobudnog namotaja nosi sa sobom fluks u prostoru (brzinom okretanja osovine).



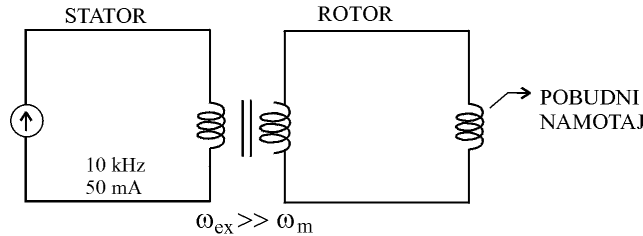
- Detekcioni namotaji su normalni jedan na drugi i oni su otvoreni (⊗ i ⊙ su samo referentni smerovi, a struja nema).

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{y}_m \cdot \cos \mathbf{w}_{EX} t$$

- 

$$\mathbf{w}_{EX} = 2p \cdot 10000$$

- Fluksevi u detekcionim namotajima:



$$\mathbf{y} \sin(t) \Big|_{i_{sin}=0} = \mathbf{y}_m \cdot \sin \mathbf{q}_m \cdot \cos \mathbf{w}_{EX} t$$

$$\mathbf{y} \cos(t) \Big|_{i_{cos}=0} = \mathbf{y}_m \cdot \cos \mathbf{q}_m \cdot \cos \mathbf{w}_{EX} t$$

- Pošto struja ne teče kroz detekcione namote, onda će napon na njima biti  $d\mathbf{y}/dt$  :

$$U_{sin} = \mathbf{y}_m \left[ \cos \mathbf{q}_m \cdot \cos(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \frac{d\mathbf{q}_m}{dt} - \sin \mathbf{q}_m \cdot \sin(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \mathbf{w}_{EX} \right]$$

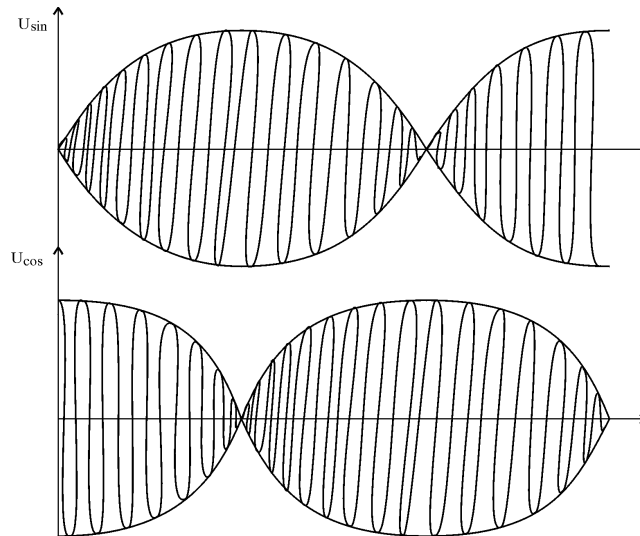
$$U_{cos} = \mathbf{y}_m \left[ -\sin \mathbf{q}_m \cdot \cos(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \frac{d\mathbf{q}_m}{dt} - \cos \mathbf{q}_m \cdot \sin(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \mathbf{w}_{EX} \right]$$

$$\mathbf{w}_m = \frac{d\mathbf{q}_m}{dt} \ll \mathbf{w}_{EX}$$

$$\Rightarrow U_{sin} = -\mathbf{y}_m \cdot \sin \mathbf{q}_m \cdot \sin(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \mathbf{w}_{EX}$$

$$\Rightarrow U_{cos} = -\mathbf{y}_m \cdot \cos \mathbf{q}_m \cdot \sin(\mathbf{w}_{EX} \cdot t) \cdot \mathbf{w}_{EX}$$

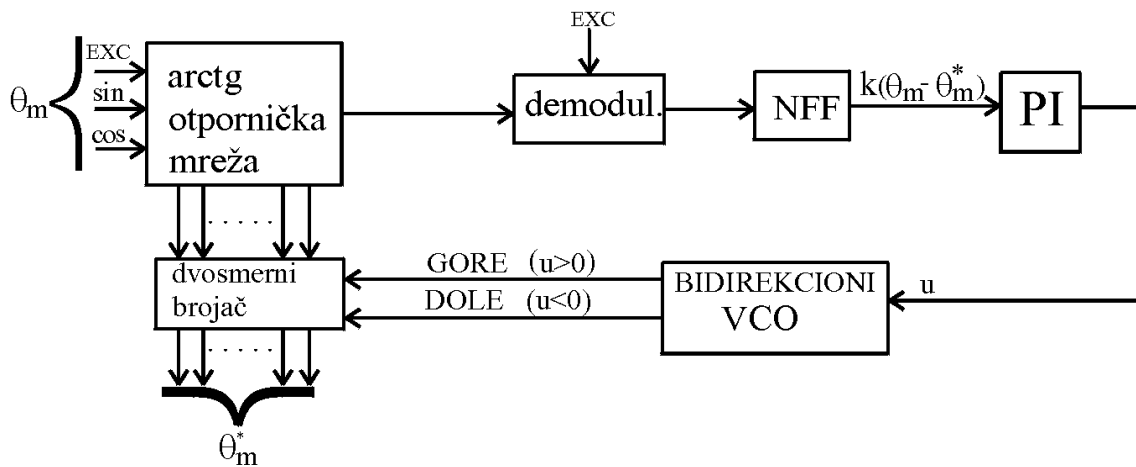
$$\Rightarrow \operatorname{tg} \mathbf{q}_m = \frac{U_{sin}}{U_{cos}} \quad \text{deljenjem detektovanih signala dobija se } \mathbf{q}_m$$



Ovo je ratiometrijska metoda. Tačnost merenja ne zavisi od amplitude ili učestanosti pobudnog signala.

Sinhro-konvertor na osnovu  $U_{\sin}$ ,  $U_{\cos}$  i eksitacije određuje poziciju i prebacuje je u digitalni oblik.

### SINHRO-KONVERTOR



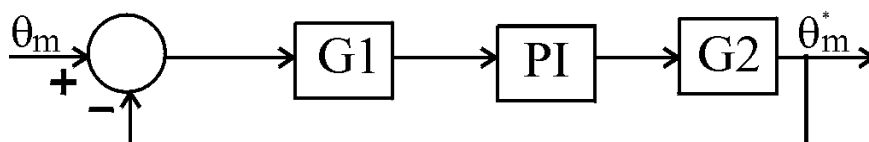
procenjen položaj osovine u digitalnom obliku  
oscilator

dvosmerni naponski kontrolisan  
(pretvara  $U \text{ @ } f$ )

$$Dq = \frac{2p}{2^n} \rightarrow \text{rezolucija } Dq \text{ zavisi od broja bita } n \text{ dvosmernog brojača}$$

- Ovo je sistem 4.reda, složen je i ima propusni opseg do 1 kHz.

$$W_{ss}(s) = \frac{q_m^*(s)}{q_m(s)}, \quad BW \sim 1kHz$$



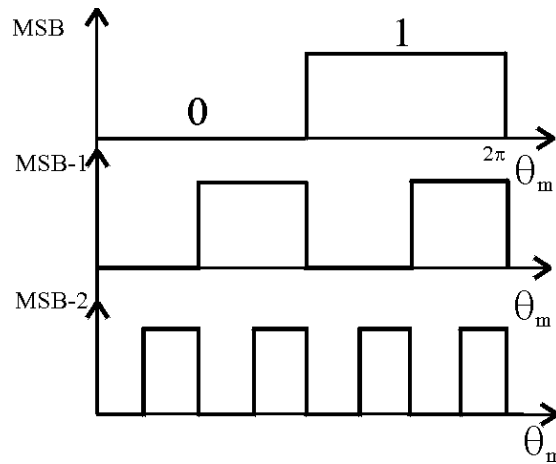
- Ako se teži realizaciji propusnog opsega  $>100$  Hz, treba uzeti u obzir da se ne meri realna već procenjena pozicija  $\mathbf{q}_m^*$  koja je zakašnjena u odnosu na  $\mathbf{q}_m$ .
- Ne možemo da stavimo stalni magnet kao pobudno kolo :

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{SIN} = \mathbf{y}_{PM} \sin \mathbf{q}_m &\Rightarrow U_{SIN} = \mathbf{w}_M \mathbf{y}_{PM} \cos \mathbf{q}_m \\ \mathbf{y}_{COS} = \mathbf{y}_{PM} \cos \mathbf{q}_m &\Rightarrow U_{COS} = -\mathbf{w}_M \mathbf{y}_{PM} \sin \mathbf{q}_m \end{aligned}$$

jer bi imali sporo promenljivi signal, pa bi propusni opseg bio vrlo nizak, a i bili bi vrlo osetljivi na šum.

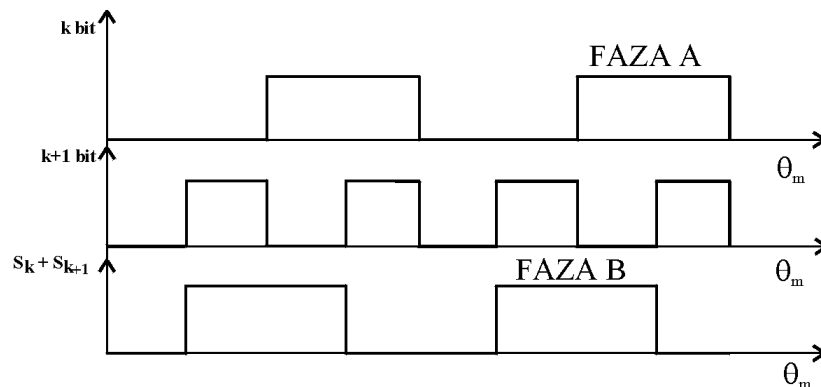
ENKODERSKE FAZE SE MOGU SIMULIRATI I SA REZOLVEROM :

Slika tri najteža bita brojača u funkciji ugla:



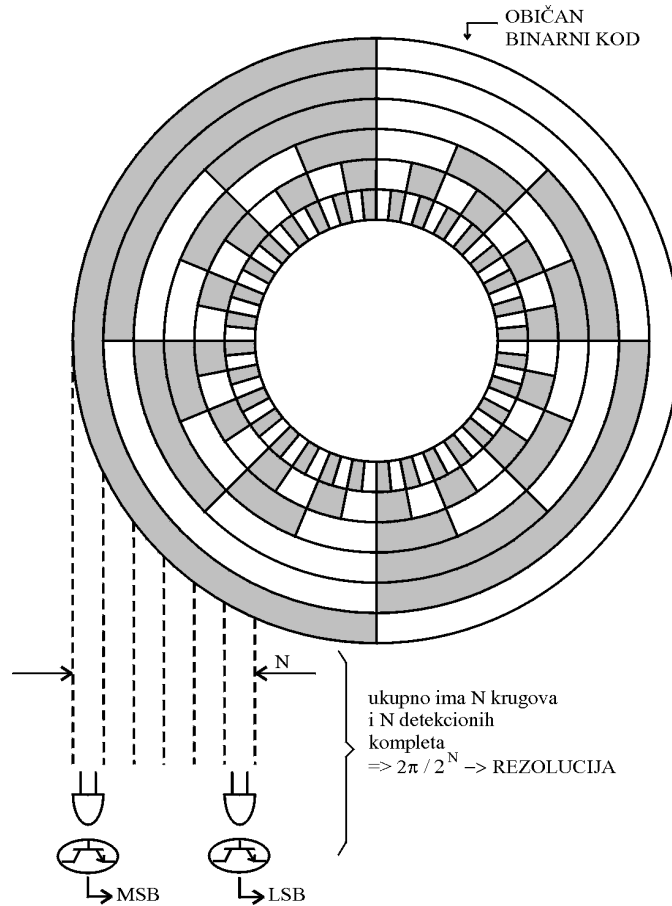
Da bi simulirali impulse enkodera koji ima  $2^k = N_A$  impulsa po jednom periodu, treba izračunati :

$$(S_k) \text{ XOR } (S_{k+1})$$

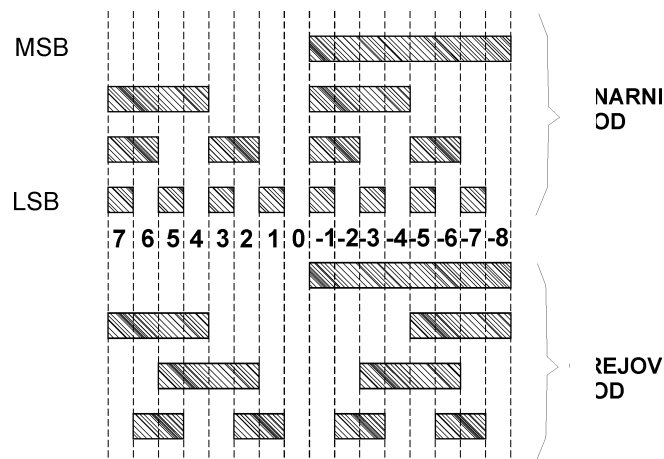


## APSOLUTNI ENKODER

- Binarni kod (koga imamo kod optičkog enkodera) nije dobar ovde, jer se ne može garantovati da će svi signali istovremeno da promene stanje. Npr: pri prelasku sa 1111 1111 na 0000 0000 ugaoni pomeraj je mali ( $Dq=2p/2^N$ ). Pošto detektovani impulsi nisu impulsi već nekakve sinusoide koje vode na histerezisne komparatore, može se desiti da svoje stanje promeni prvo MSB i onda bi bilo 0111 1111 i napravila bi se greška za  $p$ . Zato se koristi Grejov kod, jer izmena bita daje grešku od  $2p/2^N$ .



- Apsolutni enkoder daje mogućnost da direktno očitamo položaj sa rezolucijom od  $2p/2^N$ . Kod njega možemo sprovesti binarno-ciklični (Grejov) kod.
- Razlika između binarnog i Grejovog koda:



- Kod binarnog koda vidimo da se npr. kodovi brojeva 3 i 4 razlikuju u tri bita. Znači, da bi se ispravno očitala pozicija rotora potrebno je da se istovremeno promeni stanje tri signala, tako da male nepodešenosti svetlosnih detektora mogu izazvati velike greške u procesu analogno-digitalne detekcije.
- Zbog toga u ovom tipu enkodera sa neposrednim očitavanjem se najčešće koristi Grejov kod u kome se kodovane vrednosti bilo koja dva susedna broja  $N$ ,  $N+1$  mogu razlikovati (kao što se sa slike vidi) samo u jednom bitu  $\Rightarrow$  greška usled prisutne nepodešenosti elemenata za detekciju može biti najviše jedan priraštaj u detektovanoj veličini; umesto ispravnog očitao bi se prvi susedni broj. Ta greška nije velika i može se tolerisati.

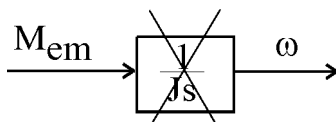
MANA:

Nema potrebe za softverskim ili hardverskim rešenjem generisanja "UP" i "DOWN" impulsa (kao kod inkrementalnog), ali je potrebno veliki broj žica ( $N$ ) za spajanje sa mikrokontrolerom, kao i žice za napajanje LED dioda i fototranzistora.

$\Rightarrow$  Uglavnom se koriste inkrementalni enkoderi.

## DIGITALNA REGULACIJA BRZINE

Posmatramo šta se događa na rotoru iz jedne u drugu periodu  $T_s$ :



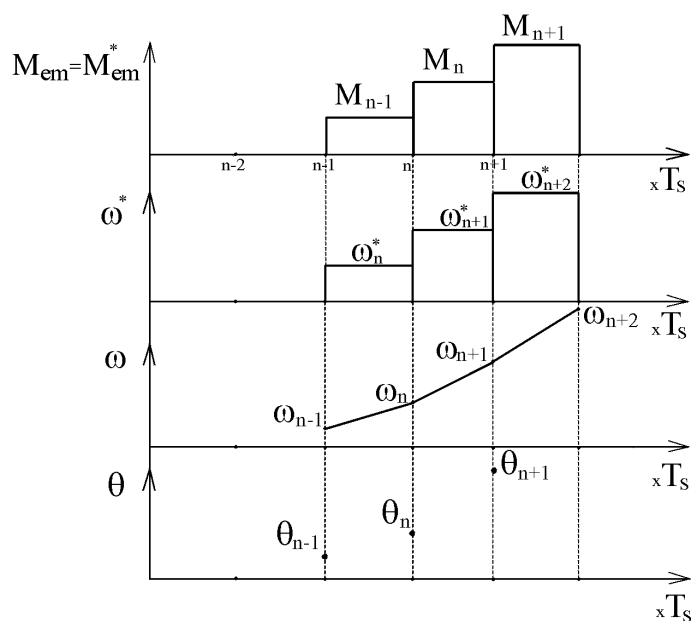
Ovako ne posmatramo jer ovo nije naš objekat ( $M_{em}$  je digitalizovano).

PRETPOSTAVKA:  $M_{em} = M_{em}^*$

Transportno kašnjenje usled izračunavanja i ograničene brzine uspostavljanja struje je za red veličine manji od periode odabiranja, pa se može smatrati da vektorski kontrolisani motor trenutno uspostavlja  $M_{em}$  i održava ga konstantnim do narednog trenutka odabiranja.

$w^* \rightarrow$  povratna sprega po brzini; izračunava se preko inkrementa pozicije.

-  $\rightarrow$  stvarna brzina.



- Uz pretpostavku da je  $M_{OPT} = 0$  i  $K_F = 0$ , Njutnova jednačina glasi:

$$J \frac{d\mathbf{w}}{dt} = M_{em} = M_{em}^*$$

pošto se u toku periode  $T$ ,  $M_{em}$  ne menja, brzina se menja linearno:

$$\mathbf{w}_n = \mathbf{w}_{n-1} + M_{n-1}^* \cdot T/J$$

U  $Z$  domenu dobija se:

$$\mathbf{w}(z) = \mathbf{w}(z) \cdot z^{-1} + M^*(z) \cdot z^{-1} \cdot T/J$$

$$\Rightarrow \mathbf{w}(z) = \frac{T}{J} \cdot \frac{M^*(z)}{z-1} \quad \text{stvarna brzina u trenucima odabiranja} \quad (95.1)$$

- Zbog postojanja brzine imaćemo i inkrement pozicije:

$$\mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1} + \int_{(n-1)T}^{nT} \mathbf{w}(t) dt \quad \text{pošto je:}$$

$$\int_{(n-1)T}^{nT} \mathbf{w}(t) dt = T \mathbf{w}_{SR} \quad (\text{na intervalu } (n-1)T < t < nT),$$

a zbog linearne promene brzine je:

$$\mathbf{w}_{SR} = \frac{\mathbf{w}_{n-1} + \mathbf{w}_n}{2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{q}_n = \mathbf{q}_{n-1} + T \cdot \frac{\mathbf{w}_{n-1} + \mathbf{w}_n}{2}$$

U  $Z$  domenu ovo se može predstaviti kao:

$$\mathbf{q}(z) = \mathbf{q}(z)z^{-1} + (\mathbf{w}(z) + \mathbf{w}(z)z^{-1}) \cdot T/2$$

$$\mathbf{q}(z) = T \cdot \frac{z+1}{2(z-1)} \cdot \mathbf{w}(z) \quad \text{diskretizovana vrednost pozicije} \quad (95.2)$$

- U povratnoj vezi regulatora brzine, mi imamo informaciju o srednjoj vrednosti brzine u intervalu odabiranja (kod realnog sistema to je informacija koju dobijamo iz enkodera primenom kombinovane metode):

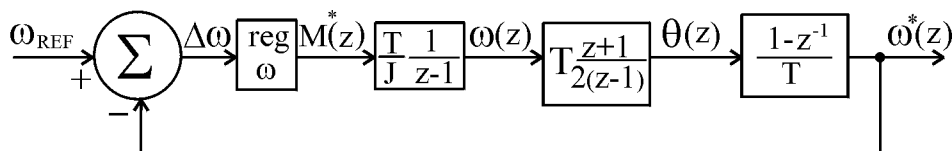
$$\mathbf{w}_n^* = \frac{1}{T} (\mathbf{q}_n - \mathbf{q}_{n-1})$$

u  $Z$  domenu:

$$\mathbf{w}^*(z) = \frac{1}{T} (\mathbf{q}(z) - \mathbf{q}(z)z^{-1})$$

$$\mathbf{w}^*(z) = \frac{1}{T} (1 - z^{-1}) \quad \text{srednja vrednost brzine u 1 periodu odabiranja} \quad (95.3)$$

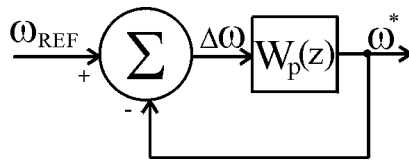
- Iz (95.1), (95.2), (95.3) dobijamo blok-dijagram brzinske petlje:



- Koristimo PI regulator brzine:

$$\frac{M^*(z)}{Dw(z)} = K_P + \frac{K_I}{1-z^{-1}} = \frac{K_P(z-1) + K_I z}{z-1}$$

- Treba da izračunamo prenosnu f-jku  $W_p(z)$



$$\begin{aligned}
 W_p(z) &= \frac{K_p(z-1) + K_i z \cdot T}{z-1} \cdot \frac{T}{J} \cdot \frac{1}{z-1} \cdot T \cdot \frac{z+1}{2(z-1)} \cdot \frac{z-1}{Tz} \\
 &= \frac{K_p(z-1) + K_i z \cdot T}{z-1} \cdot \frac{T}{J} \cdot \frac{1}{z-1} \cdot \frac{z+1}{2z} \\
 &= \frac{T}{2J} \frac{(z+1)(K_p z - K_p + K_i z)}{z(z-1)^2}
 \end{aligned}$$

$$p = \frac{K_p T}{2J} \quad \text{relativno proporcionalno pojačanje}$$

$$i = \frac{K_i T}{2J} \quad \text{relativno integralno pojačanje}$$

- Karakteristika spregnutog prenosa je:

$$W_s(z) = \frac{W_p(z)}{1 + W_p(z)}$$

- Funkcija prenosa greške je:

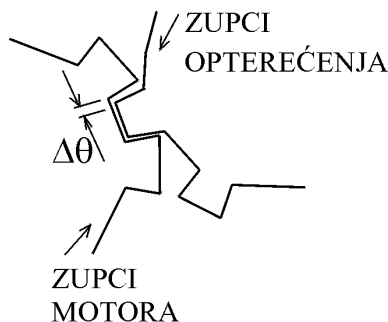
$$W_e(z) = \frac{Dw(z)}{w_{REF}} = \frac{Dw(z)}{Dw + w^*(z)} = \frac{Dw(z)}{Dw(z)(1 + W_p(z))} = \frac{1}{f(z)}$$

- Karakteristični polinom:

$$\begin{aligned}
 f(z) &= z(z-1)^2 + (z+1)(pz - p + iz) = z^3 - z^2(2-p-i) + z(1+p+i-p) - p \\
 &= z^3 - z^2(2-p-i) + z(1+i) - p
 \end{aligned}$$

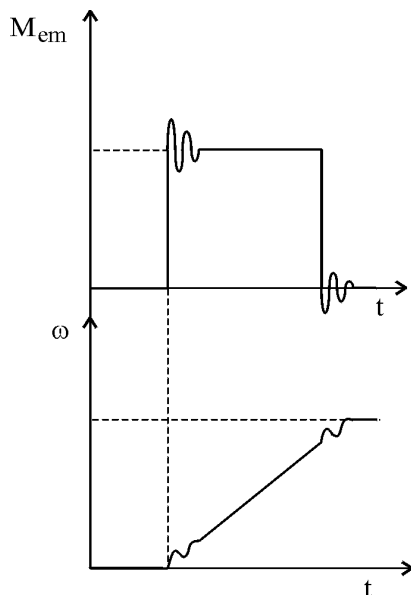
MI TREBA DA OBEZBEDIMO STABILNOST I NEOSCILATORNI ODZIV ELEKTROMOTORNOG POGONA U KONTROLI BRZINE I POZICIJE JER JE U PITANJU SERVO-REGULACIJA.

- Od regulatora brzine se očekuje da pogon nema oscilatoran odziv brzine, tj. da nema prebačaj i da bi se smanjio uticaj MRTVOG HODA. Uvek postoji mrtav hod (kao kod prenosa momenta preko zupčanika) po kome se opterećenje kreće NEZAVISNO od motora.



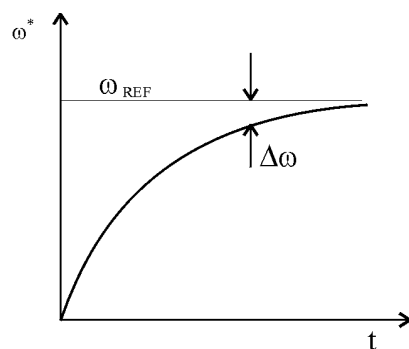
Pri svakoj promeni polariteta momenta javlja se mrtav hod ( $Dq$ ). Kod sistema sa kašnjenjem ili slabo modeliranom dinamikom, mrtav hod može da izazove nestabilnost (Kod pokretanja, zubac motora mora da pređe  $Dq$  dok ne zahvati zubac opterećenja; pri padu  $M_{em}$  na 0 trenutno, zubac motora naglo uspori i potrebno je da zubac opterećenja pređe  $Dq$  dok ne dođe do zupca motora).

$\Rightarrow$  traži se da  $M_{em}^*$  i  $w$  aperioidično idu ka 0  $\Rightarrow$  najbolje je ako imamo strogu aperioidičnost  $\Rightarrow$  polovi nemaju Im deo.



(moguć je i ne striktno aperioidičan odziv (u kome postoji oscilatorni odziv, ali nema prebačaja)  $\Rightarrow$  postoje i kompleksni polovi.

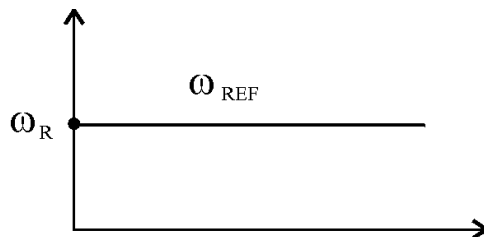
- KRITERIJUM ZA SINTEZU REGULACIJE  $w$ : (za striktno aperioidičan odziv)



$$Q = \int |Dw| dt \quad (\text{što manje})$$

Da bi odziv bio striktno aperioidičan, potrebno je da su svi polovi  $z$  prenosne funkcije na realnoj osi, unutar jediničnog kruga, između 0 i 1 (misli se na funkciju  $W_s(z)$ ).

- Ako  $w_{REF}$  predstavimo kao Hevisajdov signal amplitude  $w_R$ , imaće oblik:



$$\Rightarrow w_{REF}(z) = \frac{z}{z-1} \cdot w_R = \frac{w_R}{1-z^{-1}}$$



- Sada će greška  $E(z) = Dw(z)$  iznositi:

$$E(z) = \frac{w_R}{1-z^{-1}} \cdot \frac{1}{f(z)}$$

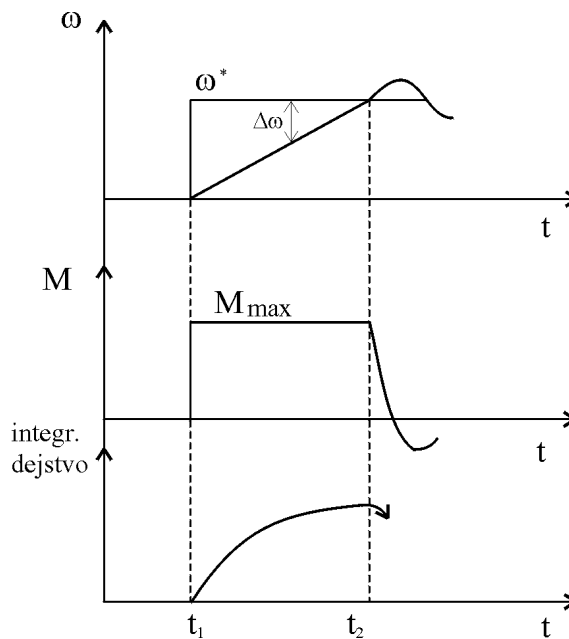
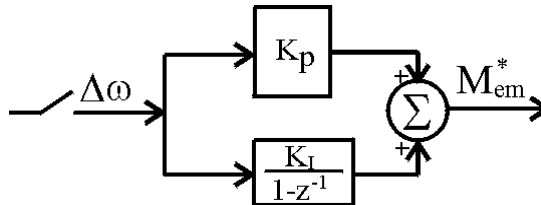
- Sledi da je integral greške  $Q$  jednak:

$$Q = \int \frac{w_R}{1-z^{-1}} \cdot \frac{1}{f(z)} \cdot dt \quad \Rightarrow \quad Q(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} \cdot \frac{w_R}{1-z^{-1}} \cdot \frac{1}{f(z)}$$

- Da ne bi bilo prebačaja, regulator treba da radi u INKREMENTALNOJ, a ne u pozicionoj formi.

a) POZICIONA FORMA

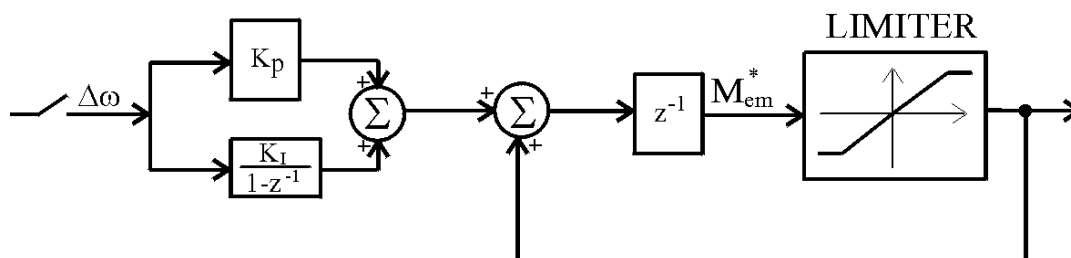
Klasičan oblik PI regulatora:



-u  $t=t_1$  na step promenu reference  $w^*$  javlja se brzinska greška pojačana sa  $K_p \rightarrow$  moment zakucan u limit  $\rightarrow$  brzina raste linearno  $\rightarrow$  brzinska greška opada, ali se uvećava integralno dejstvo regulatora.

-u  $t=t_2$   $Dw=0 \rightarrow K_p Dw=0$  (proporcionalni član zadaje nulti moment), ali  $M_{em} \neq 0$  zbog integralnog člana koji će početi da opada tek kad postane  $Dw < 0 \Rightarrow$  imaćemo prebačaj.

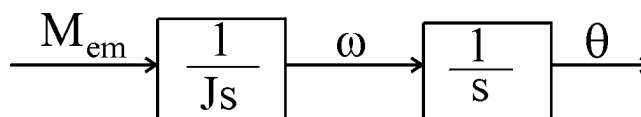
b) INKREMENTALNA FORMA



Sumiraju se inkrementi PI dejstva, sa tim što se prethodna vrednost limitira  $\Rightarrow$  izbegava se prebačaj.

### POZICIONI SERVOMECHANIZAM

- To je osnovna primena elektromotornih pogona u automatizaciji. Postoje MANIPULATORI, koji su relativno neprecizni i ROBOTI, koji su precizni.
- Zajednička su im 2 zahteva:
  1. Za što kraće vreme, na najbrži mogući način doći do zadate pozicije (OPTIMALAN VREMENSKI ODZIV).
  2. PRECIZNOST; tačnost sa kojom se izvršni organ može održavati na željenoj trajektoriji.



OSNOVNA STRUKTURA

1) Za prvi zahtev dovoljno je uvažiti sistemski ograničenja :

- a)  $|M| < M_{max}$  ; vezana za strujni kapacitet pogona.
- b)  $|w| < w_{max}$  ; zbog mehaničkih delova.

U servomehanizmu visokog kvaliteta dinamičkog ponašanja podrazumeva se da je vreme odziva  $M(t)$  na zadati upravljački signal  $m(t)$  zanemarljivo malo u poređenju sa vremenskim konstantama uspostavljanja promenljivih unutar mehaničkog dela sistema ( $w$  i  $q$ ).

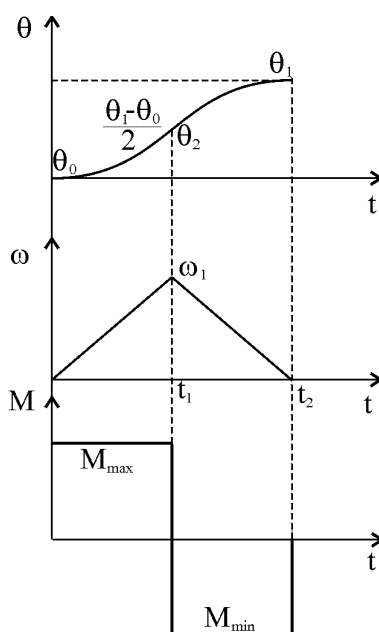
- $\Rightarrow$  - u linearnom režimu rada  $M=K_m m(t)$ ;  $K_m \rightarrow$  konstanta momenta
- nelinearni režim rada nastaje usled ograničenog strujnog kapaciteta invertora.

Ogleda se kao nelinearnost tipa zasićenja  $|M(t)| < M_{max}$ , u objektu upravljanja.

VREMENSKI OPTIMALAN ODZIV SE DOBIJE KADA SE SVE KOORDINATE KREĆU NA IVICI SISTEMSKIH OGRANIČENJA!

Moguća su dva slučaja:

I) promena reference  $q_1 - q_0 \rightarrow$  MALA



$$M_{opt}=0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dw}{dt} = \frac{M_{max}}{J} \rightarrow \text{linearna promena brzine}$$

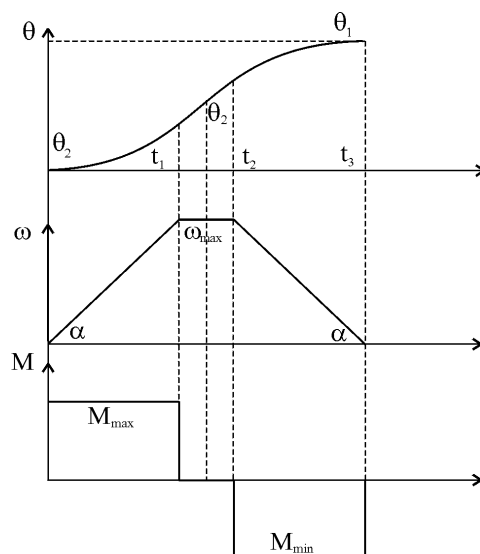
Motor pokrećemo sa  $M_{max} \Rightarrow w_{max}$  se neće ni dostići, već će se pri brzini  $w_1 < w_{max}$  preći pola puta i tada će početi kočenje sa  $-M_{max}$  da bi u željenoj poziciji  $q_1$  brzina bila nula (inače  $\rightarrow$  prebačaj).

$$q_2 = \int_0^{t_1} \frac{M_{max}}{J} \cdot t dt = M_{max} \cdot t_1^2 / 2J; \quad q_0 = 0$$

$$q_1 = q_2 + \int_{t_1}^{t_2} (2M_{max} \cdot t_1 - M_{max} t) dt$$

$$t_2 = 2t_1 \Rightarrow q_2 = q_1 / 2 \quad (\text{za } q_0 = 0)$$

II) promena reference  $q_1 - q_0 \rightarrow$  VELIKA



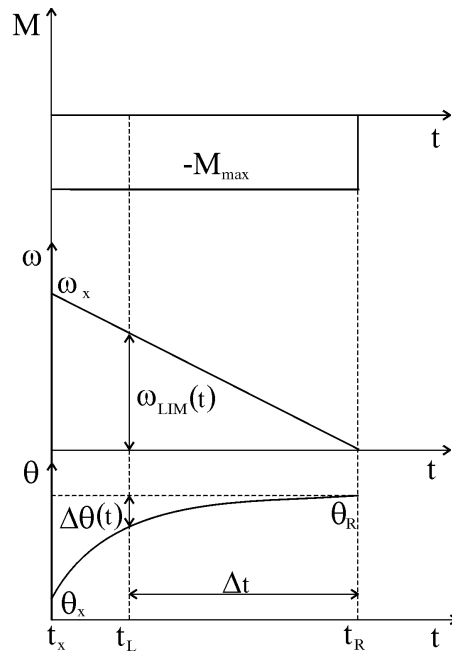
Najbrže moguće dostizanje reference je primenom  $M_{max}$  dok ne postignemo  $w_{max}$  ( $M=0$  jer smo pretpostavili da je motor neopterećen, a trenje smo zanemarili) do trenutka  $t$  i onda motor kočimo sa  $-M_{max}$ .

Potrebno je blagovremeno početi sa kočenjem (ako bi kasnije počeli sa kočenjem, onda bi u  $q_1$  stigli sa  $w > 0 \rightarrow$  preskok).

U ovom slučaju dostižemo i drugo sistemsko ograničenje  $w_{max}$ .

$$K = \text{tg } \alpha = \frac{w_{max}}{t_l} = M_{max} / J \rightarrow \text{maksimalan nagib krive } w(t) \text{ (tj. maksimalno ubrzanje)}$$

- Mi treba da izrazimo funkcionalnu zavisnost brzine od pozicione greške  $Dq(t) = q_1 - q(t)$  tj. za svako  $Dq$  treba da odredimo  $w_{LIM}(Dq)$  koja se ne sme prekoračiti da ne bi došlo do preskoka (primenom manje brzine od  $w_{LIM}$  isto ne bi imali preskok, ali bi odziv sistema bio sporiji, što nam nije cilj).
- Kod usporenja sa  $-M_{max}$ , funkcije  $w$  i  $q$  imaju oblik:



- $t \in [t_x - t_R] \Rightarrow M(t) = -M_{max} \quad w(t = t_R) = 0 \rightarrow$  da ne bi bilo preskoka.
- Kriva brzine  $w(t)$  ima maksimalnu strminu (usporenje) i pada na 0 kada se dostigne referentna pozicija.
- Sa slike se vidi da je:

$$w_{LIM}(t_L) = \frac{M_{max}}{J} (t_R - t_L) = \frac{M_{max}}{J} Dt$$

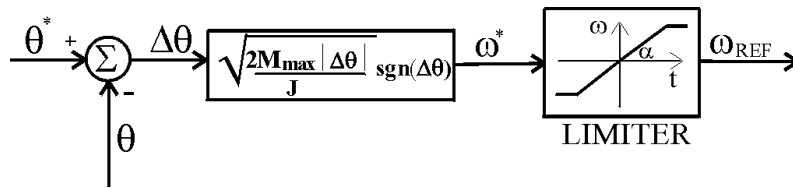
$$Dq(t_L) = \frac{M_{max}}{J} \cdot \frac{Dt^2}{2}$$

$$Dt = \sqrt{\frac{2JDq(t_L)}{M_{max}}}$$

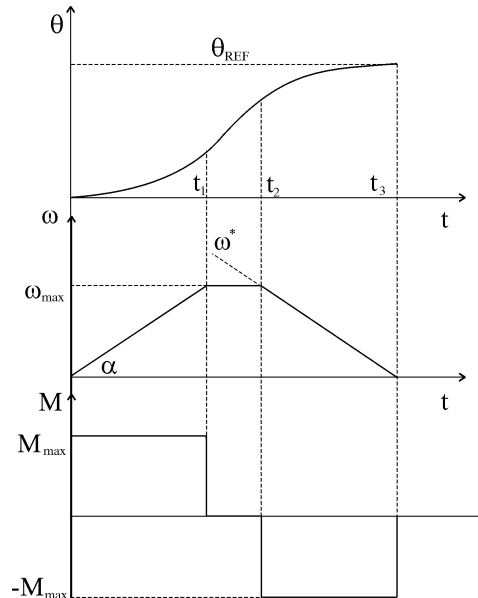
$\Rightarrow$  zamenom  $Dt$  u  $w_{LIM}$  dobijamo maksimalnu brzinu koju smemo imati pri određenom  $Dq$  da bi primenom  $-M_{max}$  na referencu pristigli sa nultom brzinom.

$$w_{LIM}(Dq) = \sqrt{\frac{2M_{max}Dq}{J}} \leftarrow w_{max}(Dq) \text{ da ne bi bilo prebačaja}$$

- BLOK DIJAGRAM :



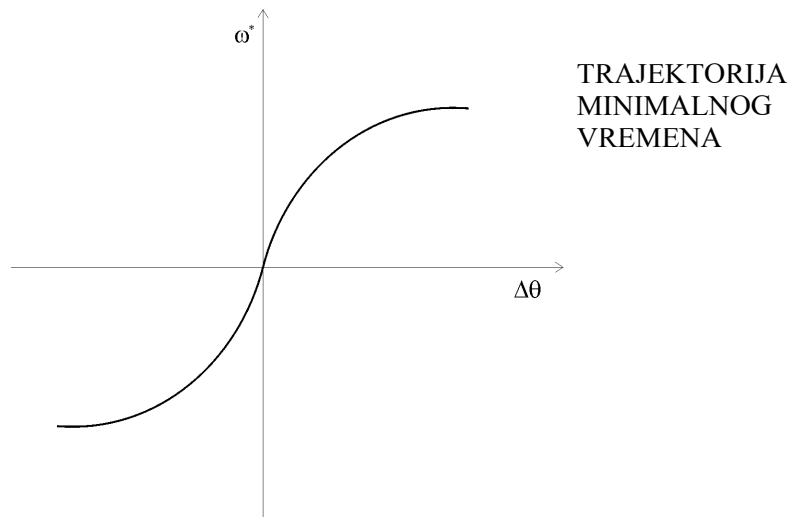
Kako ovo funkcioniše?



- U trenutku  $t=0$  zadamo referencu  $q_{REF}$ .
- $Dq$  veliko  $\Rightarrow w^*$  veliko  $\Rightarrow$  motor će se zakucati u limit (tj. referentna brzina) i tražiće se maksimalno ubrzanje definisano kao  $tg \alpha = M_{max} / J$ .
- U  $t=t_1$  i dalje je  $w^* > w_{max}$  i limiter će da zadaje konstantnu brzinu  $w_{REF} = w_{max}$  do trenutka  $t_2$ .
- U  $t=t_2$   $w^*$  postaje manje od  $w_{max}$  i dalje je  $w_{REF} = w^*$ .  
- Tako smo definisali trenutak kada će motor početi da koči najbrže moguće (sa  $-M_{max}$ ).

(Pošto pozicioni algoritam izvršava  $MP$ , postojaće određeno kašnjenje pri određivanju izlazne vrednosti  $\Rightarrow$  moraće ranije da počne kočenje). Međutim, ovakva struktura ipak neće da radi dobro!

- Ako blok između  $w^*$  i  $Dq$  posmatramo kao varijabilno pojačanje:



Za svaku tačku možemo da izvršimo linearizaciju :

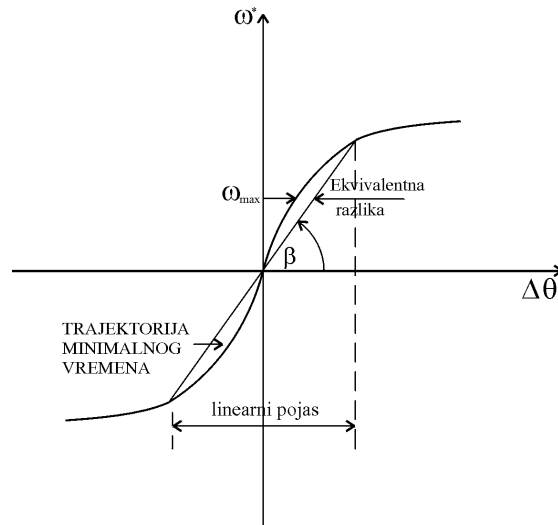
$$D\mathbf{w}^* = k \cdot D\mathbf{q}$$

$$k = \left. \frac{d\mathbf{w}}{d\mathbf{q}} \right|_{D\mathbf{q}} \text{ NAGIB TANGENTE U POSMATRANOJ TAČKI}$$

- Pošto je posmatrana funkcija tipa  $\sqrt{x}$ , a njen izvod tipa  $1/\sqrt{x} \Rightarrow$  nagib tangente u koordinatnom početku je  $\infty$ . To znači da bi ovaj blok predstavljao proporcionalni regulator sa  $\infty$  pojačanjem za male vrenosti  $D\mathbf{q}$  (oko nule). Ovo ne valja što zbog pojačanih šumova, što zbog stabilnosti.

Pri postizanju reference imali bi oscilacije i sve ostalo što prati  $\infty$  pojačanje.

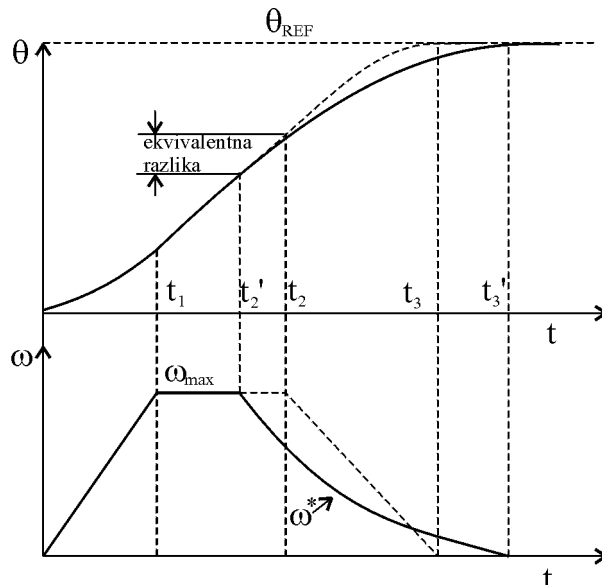
Rešenje: da smanjimo nagib krive  $\mathbf{w}^*(D\mathbf{q})$  u okolini koordinatnog početka, tj. da zadamo konačno pojačanje.



MANA 1: Krši se zahtev da se za najkraće vreme dođe do  $\mathbf{q}_{REF}$ , jer se ne krećemo po trajektoriji minimalnog vremena.

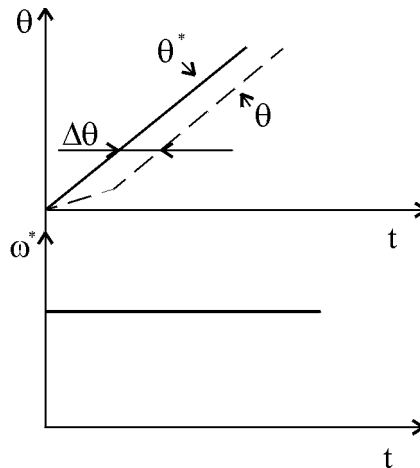
$\Rightarrow$  TREBA DEFINISATI ŠTO JE MOGUĆE UŽI LINEARNI POJAS ( $k = \text{tg}b$  ŠTO VEĆE).

(Linearna karakteristika se dobija sa P regulatorom koga ćemo podesiti da radi u linearnom pojasu.)



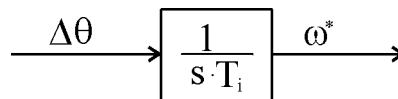
- Na zadato  $q_{REF}$  motor će početi da ubrzava (sa  $M_{max}$ ) i priča je ista kao u idealnom slučaju, do trenutka  $t_2'$ .
- U  $t=t_2'$  postaje  $w^* < w_{max}$  i to je nova referentna brzina ( $t_2' < t_2$  jer će gornji uslov postati ispunjen za veće  $Dq$ . Ekvivalentna razlika je razlika između  $Dq$  kada  $w^*$  postaje manje od  $w_{max}$  u idealnom slučaju i  $Dq$  sa linearnim pojasom).
- Ne koči se maksimalnim momentom jer bi imali veću promenu brzine od  $k = tg b$ . Usporenje će ići sa eksponencijalnom promenom brzine. Referenci ćemo prići u  $t_3' > t_3$ .

MANA 2: Nije moguće ostvariti nultu grešku stacionarnog stanja ako se prati linearna rastuća trajektorija (kod ovakvih sistema greška je nepoželjna → npr. ako je u pitanju rad po dve koordinate sa dva motora, a oba imaju pozicionu grešku).

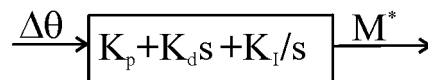


Ako  $q^*$  linearno raste mora da postoji greška u stacionarnom stanju,  $Dq$ , jer za malo  $Dq$  funkcija  $w^*(Dq)$  je u linearnom pojasu i  $w^* = k \cdot Dq$ ,  $w^* = const.$  (kada bi bilo  $Dq=0 \rightarrow$  brzina bi pala na nulu i opet bi postojalo  $Dq$ )-NE MOŽE DA ISPUNJAVA 2. ZAHTEV (PRECIZNOST).

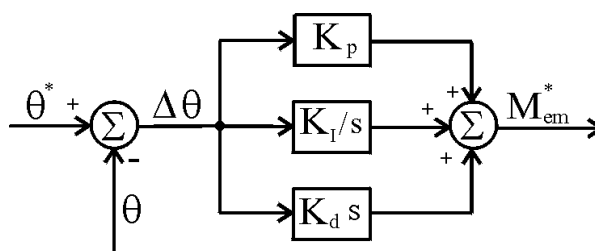
2) Treba ubaciti integralno dejstvo po položaju (ZA PRAĆENJE TRAJEKTORIJE).



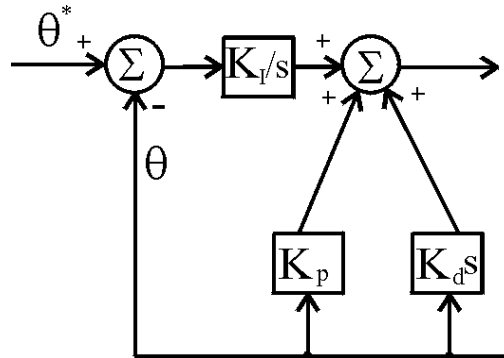
- Tako ćemo za  $Dq=0$  imati  $w^* = const.$  i pratićemo  $q^*$  bez greške.
- Ovako neće moći da se prate PRABOLIČNE i druge NELINEARNE trajektorije.
- U oblasti malih poremećaja sistem se može smatrati LINEARNIM. Pozicioni regulator zbog stabilnosti mora da ima POZICIONO, INTEGRALNO i DIFERENCIJALNO dejstvo.



Ali, ne valja da sva pojačanja budu u direktnoj grani jer bi pri skokovitoj promeni  $q^*$ ,  $Dq$  raste na veliku vrednost što se direktno preko pojačanja odražava na  $M_{em}$ .



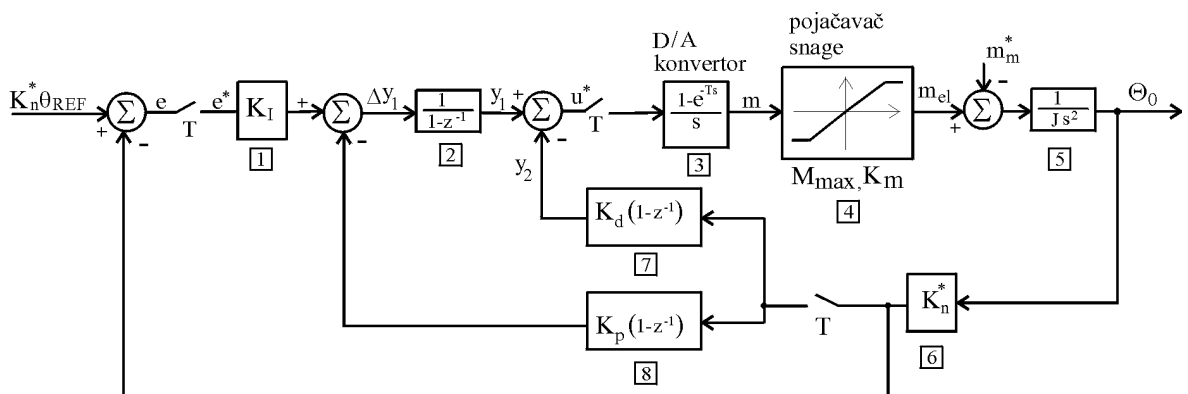
- ⇒ da bi se uklonio udar  $M_{cm}$  na pogon ⇒ treba odgovarajuća dejstva (P i D) smestiti u povratnu granu.  
 ⇒ EFEKAT OVAKVE DISLOKACIJE NA POLOVE JE NIKAKAV.



Funkcija prenosa se menja samo u brojiocu, a ne i u imeniocu, tj. promeniće se koje bi bile sa P i D dejstvom u direktnoj grani.

### LINEARNI POZICIONI REGULATOR U DIGITALNOJ FORMI

- On je diskretan u vremenu, zbog  $mC$ , čime je unapred ograničena brzina reagovanja (sistem je “gluv” između dve periode odabiranja).
- Koristimo PID regulator sa dislociranim P i D dejstvom.



- U većini primena pozicionog servomehanizma  $m_m(t)$  se može smatrati KONSTANTNIM ili SPOROPROMENLJIVIM u poređenju sa brzinama promena promenljivih unutar sistema. U tom slučaju, pri malim T promene momenta u toku jedne periode odabiranja mogu se zanemariti i

$$m_m^*(t) = m_m(t) ;$$

$$m_m^*(t) = m_m(kT) , kT \leq t < k(t+1) ; k = 0,1,2,...$$

- Pretpostavlja se da pojačavač snage ima dovoljno širok propusni opseg u odnosu na mehanički deo sistema, tako da se u linearnom režimu rada može predstaviti čistim pojačanjem  $K_m$  (blok 4).
- Željena ugaona pozicija vratila motora  $q_{REF}$  zadaje se u vidu broja impulsa koje enkoder proizvede u toku pomeranja osovine za željeni ugao (koji se zadaje u radijanima).



$$N = k_n^* \cdot \mathbf{q}_{REF} \quad ; \quad k_n^* = \frac{k_n}{2p} \quad (\text{broj impulsa po radijanu})$$

gde je  $k_n \rightarrow$  ukupan broj impulsa koje generiše enkoder u toku jednog obrtaja.

- D/A konvertor je prikazan kao kolo zadržke nultog reda (može se tako tretirati, DIGITALNI SISTEM UPRAVLJANJA, str. 79).
- Blokovi 1 i 2 predstavljaju integralni regulator, blokovi 8 i 2  $\rightarrow$  proporcionalni, a blok 7  $\rightarrow$  diferencijalni.
- Na slici (blok-dijagramu) su predstavljena i tri odabirača, koji sinhronizovano rade (vrše odabiranje u  $t=0, T, 2T$ “).
- U servomehanizmu je primenjen PID digitalni zakon upravljanja u INKREMENTALNOJ formi da bi se izbeglo “PREPUMPAVANJE” zbog postojanja limitera u sistemu (da je implementacija bila poziciona  $\rightarrow$  integrator bi prešao limit (naduva se), i imali bi preskok). DIGITALNI SISTEM UPRAVLJANJA, str. 244.
- Za PODEŠAVANJE PARAMETARA POZICIONOG MEHANIZMA preduslov je da je sistem unutar sistemskih ograničenja. Van njih limiteri drže, pa je podešavanje parametara besmisleno.

### **ODREĐIVANJE PRENOSNE FUNKCIJE U LINEARNOM RE@IMU RADA :**

1. Određivanje  $W_q(z) = \frac{\mathbf{q}_o(z)}{\mathbf{q}_r(z)} ; M_m(z) = 0$

- Prvo odredimo funkciju spregnutog prenosa (diskretnog) između vratila motora i upravljačke veličine  $U(z)$ , kada je  $M_m=0$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_o(z) &= Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot K_m \cdot \frac{1}{Js^2} \right] \cdot U(z) \\ &= K_m \cdot (1 - z^{-1}) \cdot Z \left[ \frac{1}{Js^3} \right] \cdot U(z) \\ &= K_m \cdot \frac{z-1}{z} \cdot \frac{1}{J} \cdot \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \cdot U(z) \\ &= \frac{K_m T^2}{2J} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2} \cdot U(z) \\ \Rightarrow \frac{\mathbf{q}_o(z)}{U(z)} &= \frac{K_m T^2}{2J} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2} \end{aligned}$$

- Sada ovu funkciju diskretnog prenosa ubacimo u blok dijagram i postavimo jednačine.

$$u^*(z) = \frac{z}{z-1} \mathbf{DY}_1 - K_d \frac{z-1}{z} - K_n^* \mathbf{q}_o(z) = \left( \frac{K_m T^2}{2J} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2} \right)^{-1} \cdot \mathbf{q}_o(z)$$

$$\mathbf{DY}_1(z) = K_i \cdot e(z) - K_p \frac{z-1}{z} K_n^* \mathbf{q}_o(z)$$

$$e(z) = K_n^* \cdot \mathbf{q}_{REF}(z) - K_n^* \mathbf{q}_o(z)$$

Zamenom III jednačine u II i potom II u I dobija se:

$$\begin{aligned} \frac{(z-1)^2}{z+1} \cdot \frac{2J}{K_m T^2} \mathbf{q}_0(z) &= \frac{z}{z-1} \left[ K_i K_n^* (\mathbf{q}_{REF} - \mathbf{q}_0) - K_p \frac{z-1}{z} K_n^* \mathbf{q}_0 \right] - K_d K_n^* \frac{z-1}{z} \cdot \mathbf{q}_0 \\ \Rightarrow \mathbf{q}_0(z) \cdot \left[ \frac{(z-1)^2}{z+1} \cdot \frac{1}{C} + K_i \frac{z}{z-1} + K_p + K_d \frac{z-1}{z} \right] &= K_i \frac{z}{z-1} \mathbf{q}_{REF}(z) \end{aligned}$$

gde je  $C = \frac{K_m K_n^* T^2}{2J} \rightarrow$  statičko pojačanje funkcije diskretnog prenosa objekta upravljanja.

Odavde se lako dobija tražena funkcija prenosa:

$$\begin{aligned} W_q(z) &= \frac{C \cdot K_i \cdot z^2(z+1)}{f(z)} ; \quad M_{OPT} = M_m(z) = 0 \\ f(z) &= z^4 + (CK_p + CK_i + CK_d - 3)z^3 + (CK_i - CK_d + 3)z^2 - (CK_p + CK_d + 1)z + CK_d \\ &\text{- KARAKTERISTIČNI POLINOM.} \end{aligned} \quad (107.1)$$

$$2. \text{ Određivanje } W_M(\mathbf{q}) = \frac{\mathbf{q}_0(z)}{M_m(z)} ; \quad \mathbf{q}_{REF} = 0$$

- Opet, prvo odredimo spregnutu funkciju diskretnog prenosa između vratila motora i momenta opterećenja, kada je  $U(z)=0$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_0(z) &= Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot \frac{1}{Js^2} \right] \cdot M_m(z) \\ \Rightarrow \frac{\mathbf{q}_0(z)}{M_m(z)} &= \frac{T^2}{2J} \cdot \frac{z+1}{(z-1)^2} \end{aligned}$$

- Dalje, postavljanjem odgovarajućih jednačina (prema blok dijagramu) i podužim izvođenjem dobija se da je

$$W_M(z) = \frac{T^2}{2J} \frac{z(z-1)}{f(z)}$$

- Iz jednačine vidimo da je u stacionarnom stanju ( $z=1$ ) prilikom konstantnog (step) poremećaja  $M_m$ :

$$W_M(z) \Big|_{z=1} = 0$$

tj. konstantni poremećaj u stacionarnim stanju neće imati uticaja na izlaznu veličinu (položaj vratila).

PRIMER: Ako u trenutku  $t=0$  istovremeno počnu da deluju konstantan ulaz  $\mathbf{q}_{ref} = \mathbf{q}_R \cdot \mathfrak{h}(t)$  i konstantan momenat opterećenja  $M_m = M_m \cdot \mathfrak{h}(t)$  stacionarna vrednost izlaza, po graničnoj teoremi z-transformacija će iznositi:

$$\mathbf{q}_0(\infty) = \lim_{z \rightarrow 1} \left\{ \left( 1 - z^{-1} \right) \left[ W_q(z) \cdot \frac{\mathbf{q}_R}{1 - z^{-1}} - W_M(\mathbf{q}) \cdot \frac{M_m}{1 - z^{-1}} \right] \right\} = \mathbf{q}_R$$

$$\Rightarrow e(\infty) = \mathbf{q}_R - \mathbf{q}_0(\infty) = 0 \quad \text{u istovremenom prisustvu ulaza i poremećaja}$$

- Bez integralnog dejstva ovo ne bi bilo moguće. Da ga nema onda bi, da bi sve ovo radilo, trebala da postoji brzinska greška pre  $Y_1$ .
- Diferencijalno dejstvo po poziciji je, u stvari, proporcionalno dejstvo po brzini (ako bi  $Y_1$  bila referenca brzine, onda bi ostatak kola bio regulator po brzini sa proporcionalnim dejstvom).
- Za velike promene  $q$  morao bi se staviti nekakav limiter na  $Y_1$  (sličan onom korenom pojačanju).

## OPTIMIZACIJA LINEARNOG RE@IMA

Linearni režim rada traje dok pokretački momenat nije dostigao ograničenje  $|M_{em}| < M_{max}$ . Pošto se od servomehanizma zahteva da ima što veću brzinu reagovanja, a upravljanje je digitalno, mora se najpre usvojiti MALA PERIODA ODABIRANJA  $T$ . Pri tome treba voditi računa da ne dođe do izražaja nemodelirana dinamika unutar objekta upravljanja, jer se smanjivanjem  $T \rightarrow$  povećava Nikvistovo područje učestanosti i postoji opasnost da se obuhvate neki zanemareni polovi. Takođe, za upravljanje u realnom vremenu bitno je da perioda odabiranja bude dovoljna za izvršavanje svih operacija potrebnih za generisanje nove izlazne promenljive.

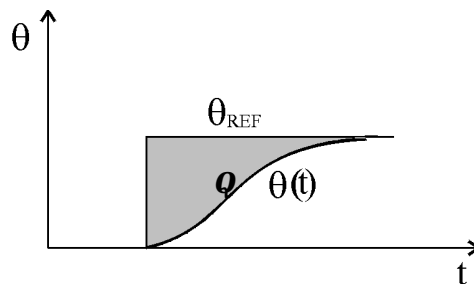
- KRITERIJUM: Striktna aperiodičnost u što kraćem vremenskom periodu.
- $\Rightarrow$  a) svi polovi leže na pozitivnom delu realne ose unutar jediničnog kruga ( $0 < s_1 < 1$ ).
- b) parametre odrediti po kriterijumu minimalnog integrala greške  $Dq$ .

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \quad \leftarrow \text{MINIMIZIRATI}$$

- Pošto je, po definiciji:

$$E(z) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \cdot z^{-k} \quad \Rightarrow \text{USLOV : } Q = E(z) \Big|_{z=1} \quad (108.1)$$

- Iz blok dijagrama određujemo kompleksni lik signala pozicione greške kad je sistem pobuđen odskočnim signalom na ulazu, čiji je kompleksni lik:



$$\begin{aligned}
 q_{REF}(t) &= q_{REF} \cdot h(t) \\
 \Rightarrow q_{REF}(z) &= \frac{q_{REF}}{1 - z^{-1}} \\
 E(z) &= \frac{z \left[ z^3 + (CK_p + CK_d - 2)z^2 + (1 + CK_p)z - CK_d \right]}{f(x)} \cdot q_{REF} \quad (108.2) \\
 \Rightarrow E(z) \Big|_{z=1} &= \frac{K_p}{K_I} \cdot q_{REF}
 \end{aligned}$$

⇒ Optimalno podešavanje upravljačkih parametara  $K_p$ ,  $K_i$  i  $K_d$  se svelo na određivanje minimalnog odnosa  $K_p/K_i$ , uz uslov da pri dobijenom odnosu sve nule funkcije  $f(z)$  leže na pozitivnom delu realne ose, između 0 i 1.

$$\Rightarrow f(z) = \prod_{i=1}^4 (z - s_i) \quad ; \quad 0 < s_i < 1 \quad (109.1)$$

- Razvijajući proizvod (109.1) i izjednavajući identički članove proizvoda (koeficijente uz  $z^4, z^3, z^2, z$  i 1) sa članovima jednačine (107.1), dobija se:

$$\begin{aligned} a) \quad CK_d &= s_1 s_2 s_3 s_4 \\ b) \quad CK_p + CK_d + 1 &= s_1 s_2 s_3 + s_1 s_2 s_4 + s_1 s_3 s_4 + s_2 s_3 s_4 \\ c) \quad CK_i - CK_d + 3 &= s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_1 s_4 + s_2 s_3 + s_2 s_4 + s_3 s_4 \\ d) \quad -CK_p - CK_i - CK_d + 3 &= s_1 + s_2 + s_3 + s_4 \end{aligned} \quad (109.2)$$

- iz jednačina (109.2 a) i (109.2 b) dobija se :

$$CK_p = s_1 s_2 s_3 + s_1 s_2 s_4 + s_1 s_3 s_4 + s_2 s_3 s_4 - s_1 s_2 s_3 s_4 - 1 \quad (109.3)$$

- prema jednačini (108.1), pokazatelj kvaliteta dinamičnog ponašanja se može izraziti u zavisnosti od polova sistema sa zatvorenim povratnim spregom, ako se u jednačini (108.2) stavi  $z=1$ .

$$Q = \frac{CK_p}{f(1)} \mathbf{q}_{REF} \quad (109.4)$$

- Ako u jednačinu (109.4) zamenimo jednačine (109.3) i (109.1) za  $z=1$  i nađemo minimum dobijene funkcije dobija se da: **PRI OPTIMALNOJ VREDNOSTI POKAZATELJA KVALITETA Q, SVI POLOVI SU ISTI I NALAZE SE UNUTAR JEDINIČNOG KRUGA U Z –RAVNI (ZA POSMATRANI POZICIONI SERVOMEHANIZAM SA ZATVORENOM POV RATNOM SPREGOM), U TAČKI:**

$$s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = s = 0.6816$$

- Sada, iz jednačina (109.2) možemo i da izračunamo tražene koeficijente:

$$K_p = \frac{-s^4 + 4s^3 - 1}{C} = 0.0516 / C$$

$$K_i = \frac{s^4 + 4s^2 - 3}{C} = 0.005127 / C$$

$$K_d = \frac{s^4}{C} = 0.216 / C$$

$$C = \frac{K_m K_n^* T^2}{2J}$$

## OPTIMALNI NELINEARNI ZAKON UPRAVLJANJA

- Struktura sistema kod linearnog zakona upravljanja garantuje (prethodno poglavlje) optimalni aperiodični odziv servomehanizma u režimu rada kada pokretački momenat ne dostiže limit usled ograničenog strujnog kapaciteta invertora.

Međutim, pri velikim pobudnim signalima na ulazu, kada se pokretački momenat, koji u tom slučaju zahteva upravljački signal, ne može ostvariti usled ograničenja  $|M_{em}(t)| \leq M_{max}$ , dolazi (za posmatranu linearnu PID strukturu) do velikog preskoka, nelinearnih oscilacija i dugog vremena smirenja.

$\Rightarrow$  u uslovima kada  $m_{el} = m_{max}$ , najbrži mogući odskočni odziv bez preskoka se može postići primenom VREMENSKI OPTIMALNOG ZAKONA UPRAVLJANJA PREMA FIKSNOJ POZICIJI (koreno pojačanje sa linearnim pojačanjem).

- Signal  $y_2(Kt)$  diferencijalne lokalne povratne sprege se može izraziti kao:

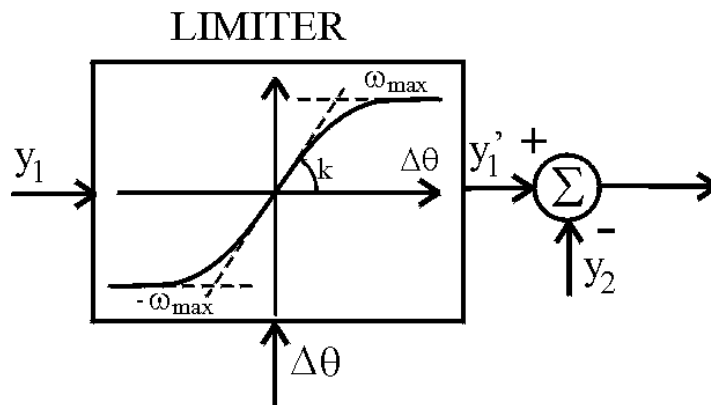
$$y_2(kT) = K_n^* K_d [q_0(kT) - q_0(kT - T)] \approx K_n^* K_d T w(kT)$$

Vidi se da je on proporcionalan brzini, pa je i  $y_1(Kt)$  koga istovremeno generišu P i I dejstvo na isti način proporcionalan referenci brzine

$$y_1(kT) = K_n^* K_d T w_{REF}(kT)$$

$\Rightarrow$  da ne bi bilo preskoka signal  $y_1(Kt)$  se mora ograničiti, čime ograničavamo internu brzinsku referencu:

$$y_1(kT) \leq W(Dq) = K_n^* K_d T \sqrt{\frac{2M_{max}}{J}} Dq \quad (110.1)$$

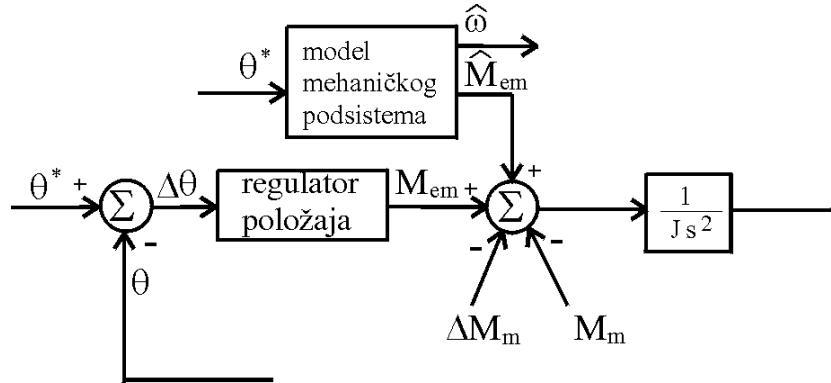


Limiter ima trostepeno ograničenje:

- zasićenje ( $w_{max}$ )
- deo korene krive
- linearni deo

## FEED-FORWARD KOMPENZACIJA

Ako je unapred poznata trajektorija koju pogon mora da načini, moguće je unapred proračunati (proceniti) potrebne vrednosti momenta:



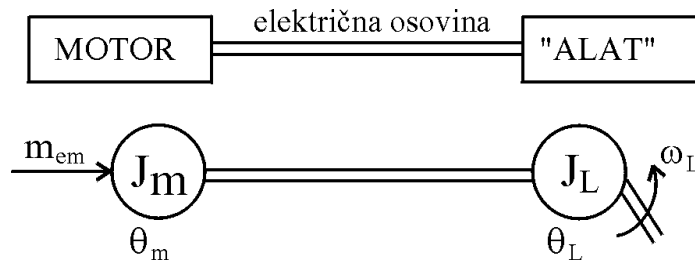
Za određivanje momenta sa kojim bi se pratila jedna trajektorija treba potpuno poznavati kinematiku i dinamiku mašine, što znači da moramo imati razvijen model mehaničkog podsistema.

$$\hat{M}_{em} = J \cdot \frac{d^2 q^*}{dt^2} \quad \leftarrow \text{PROCENA POTREBNOG MOMENTA}$$

Međutim, uvek će postojati i  $\Delta M_m \rightarrow$  komponenta momenta opterećenja koja nije unapred poznata, tako da je neophodno imati i regulator položaja koji će "iskompenzovati"  $\Delta M_m$ . (ovo ima smisla za višeosno kretanje).

## MEHANI^KA REZONANSA KOD SERVO-POGONA

Uzrok mehaničke rezonanse je elastična sprega između motora i opterećenja.



Za  $\nexists$  krutu osovina, bilo bi:  $q_m = q_L$ .

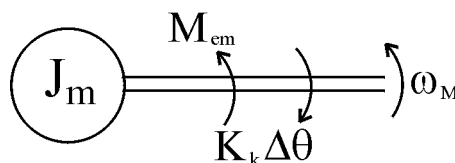
Ali, takvih osovina nema, već:  $q_m > q_L$ ,  $Dq = q_m - q_L$

- Njutnova jednačina za motor:

$$J_m \frac{d\omega_m}{dt} = M_{em} - F_m \omega_m - K_k Dq$$

$K_k$  - koeficijent krutosti

$F_m$  - koeficijent frikcije na motoru



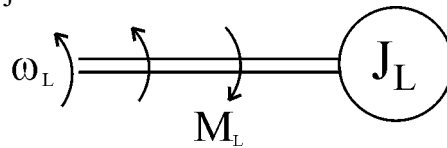
Elastična osovina deluje na motor tako što ga usporava.

- Njutnova jednačina za teret:

$$J_L \frac{d\mathbf{w}_L}{dt} = K_k \mathbf{Dq} - F_L \mathbf{w}_L - M_L$$

$F_L$  - koeficijent frikcije na opterećenju

$M_L$  - momenat opterećenja

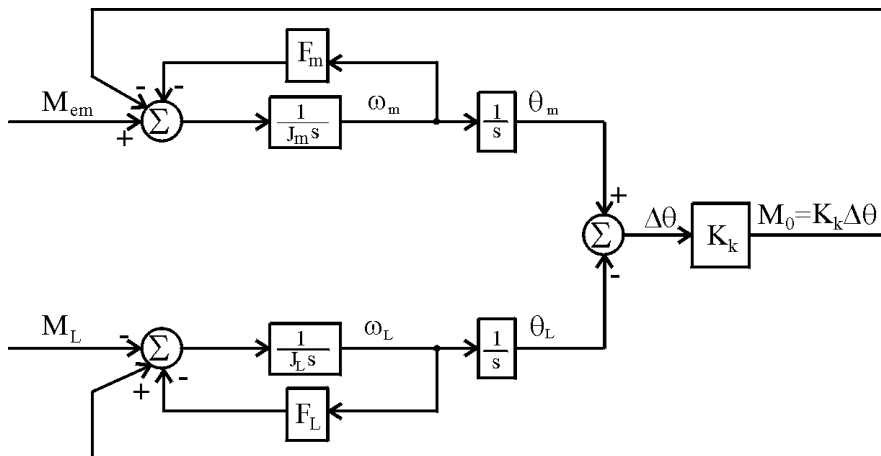


Elastična osovina teži da ubrza teret:

Za  $K_k \textcircled{\text{Y}} \Rightarrow \mathbf{Dq} = 0 \Rightarrow \mathbf{q}_L = \mathbf{q}_m$

$$(J_L + J_m) \frac{d\mathbf{w}_m}{dt} = M_{em} - (F_L + F_m) \mathbf{w}_m - M_L \quad - \text{uobičajena forma Njutnove jednačine}$$

Mi smo sistem razložili na 2 podsistema:



$M_0$  - momenat kojim vratilo u negativnom smeru u odnosu na motor, a u pozitivnom smeru u odnosu na opterećenje

### EFEKAT ELASTIČNOSTI OSOVINE NA RAD $\mathbf{w}$ i $\mathbf{q}$ PETLJE

Nas zanima funkcija spregnutog prenosa  $W_{ss}(s) = \mathbf{q}_m(s) / M_{em}(s)$ , jer je uobičajeno da se senzori pozicije i brzine kače na osovini motora.

- Kada nema elastične osovine ( $K_k \textcircled{\text{Y}}$ ) i uz zanemarenje trenja, ona je vrlo prosta:

$$W_{ss}^{(\infty)} = \frac{1}{(J_m + J_L)s^2}$$

- Međutim, kod elastične osovine stvar se komplikuje:

$$\frac{\mathbf{q}_m(s)}{\mathbf{q}_L(s)} = \frac{J_L s^2 + F_L s + K_k}{J_L J_m s^4 + (J_m F_L + J_L F_m) s^3 + (J_m K_k + F_m F_L + J_L K_k) s^2 + (F_L + F_m) K_k s}$$

Frikcija smanjuje loše dejstvo mehaničke rezonance, ali uslovljava stvari. Zato se usvaja:  
 $F_L = F_m = 0$

$$\Rightarrow \frac{q_m(s)}{M_{em}(s)} = \frac{J_L s^2 + K_k}{J_L J_m s^4 + K_k (J_m + J_L) s^2}$$

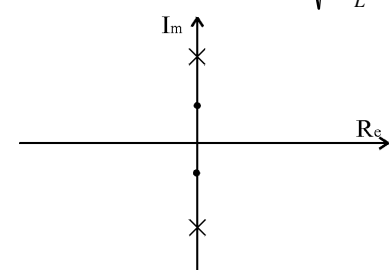
$$= \frac{1}{(J_m + J_L) s^2} \frac{J_L s^2 + K_k}{\frac{J_L J_m s^4}{(J_m + J_L) s^2} + K_k}$$

$$\Rightarrow \frac{q_m(s)}{M_{em}(s)} = \frac{1}{(J_m + J_L) s^2} \cdot \frac{\frac{J_L}{K_k} s^2 + 1}{\frac{J_L J_m}{K_k (J_L + J_m)} s^2 + 1}$$

prenosna f-ja

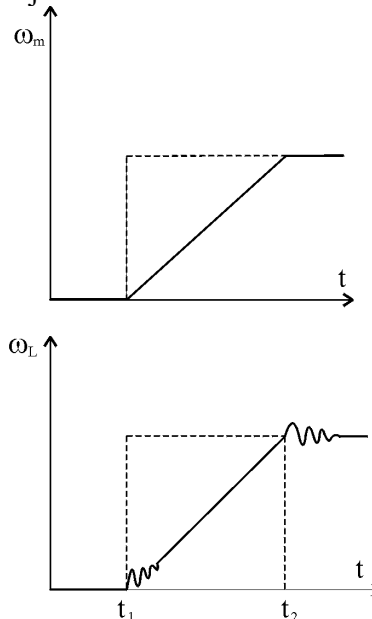
elast.sprege

- Vidimo da se tražena prenosna funkcija može, uz zanemarenje trenja, predstaviti kao proizvod “redne funkcije” i funkcije povratnog (spregnutog) prenosa sistema sa  $\mathbb{Y}$  krutom osovinom.
- Redna funkcija ima dvostruke polove i dvostruke nule, i to konjugovano-kompleksne, koji se nalaze na imaginarnoj osi.

$$p_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{K_k (J_L + J_m)}{J_L J_m}} \quad n_{1,2} = \pm j \sqrt{\frac{K_k}{J_L}}$$


Vrednost pola je uvek veća od vrednosti nule i redna funkcija ima u izvesnoj meri diferencijalno dejstvo i imaćemo neželjene oscilacije pri promenama reference. Pošto su polovi funkcije na Im osi → slabo prigušenje.

- Posledica ovakve prirode opterećenja je uticaj na spektar polova brzinskog regulatora. Posmatrajmo odziv brzine na jedinični odskočni odziv:

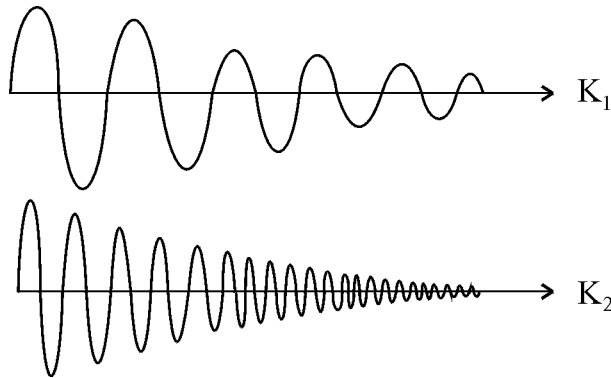




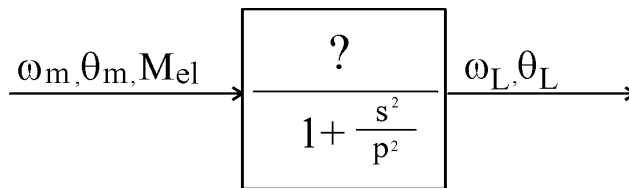
Kada je idealna kruta osovina,  $K_k \gg \frac{1}{J}$  (ili kada je osovina kratka, pa je  $K_k$  dovoljno veliko) imaćemo željeni odziv brzine bez oscilacija.

U trenucima  $t_1$  i  $t_2$ , kada menjamo vrednost momenta, doći će do pojava oscilacija koje se sporo prigušuju.

- Povećanjem krutosti ( $K_2 > K_1$ ) povećava se učestanost oscilacija, a smanjuje im se amplituda. Takođe, pri povećanju  $K_k$  regulator ne može detektovati oscilacije.

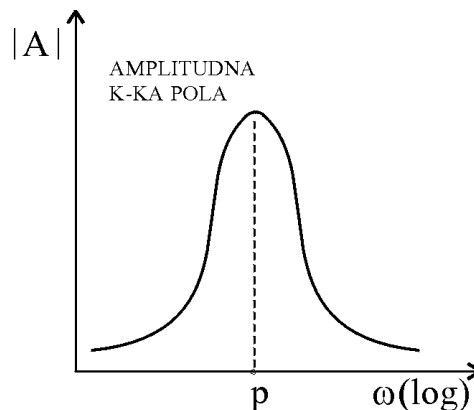


- Ako je osovina dugačka, efekat mehaničkih rezonancija je jako izražen:



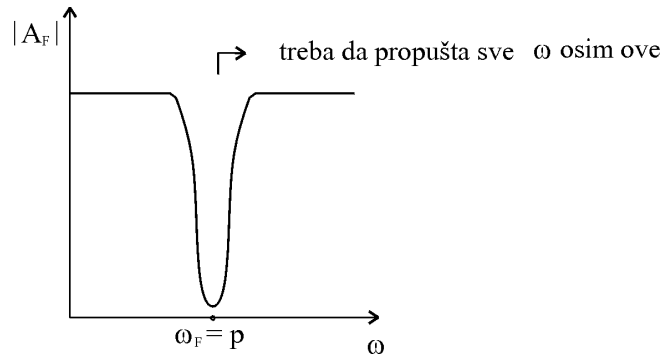
Prenosna funkcija će imati dominantni pol na Im osi.

Svaku pobudu na ulazu koja ima komponentu učestanosti  $p \rightarrow$  ovaj sistem će veoma da pojača.



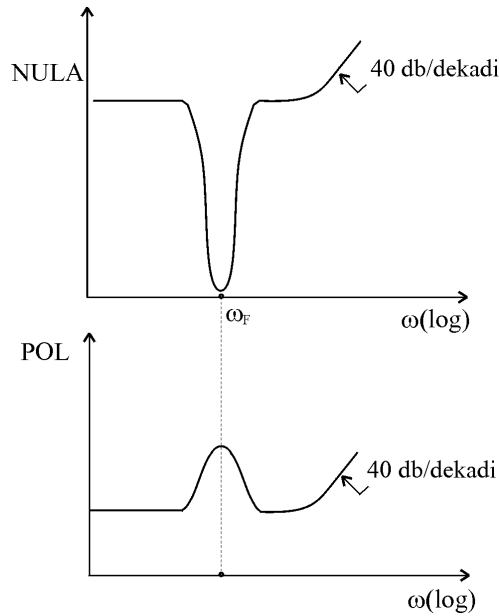
Kada bi spektar  $M_{em}$  (koji je pobuda EM pogona) bio bez učestanosti jednake učestanosti  $p \rightarrow$  rezonance ne bi bilo (step signal, ako ga imamo za pobudu, sadrži harmonijske komponente na svim učestanostima, pa i na učestanosti  $p$ ).

- Treba nam FILTER koji će iz signala  $M_{em}$  odstraniti harmonijske komponente na učestanosti  $p$ . "NOTCH" filtri su nepropusnici određene učestanosti.



Kod našeg filtra biće:  $\omega_F = p$

- NOTCH filter se pravi kombinacijom slabo prigušene nule i dobro prigušenog pola.



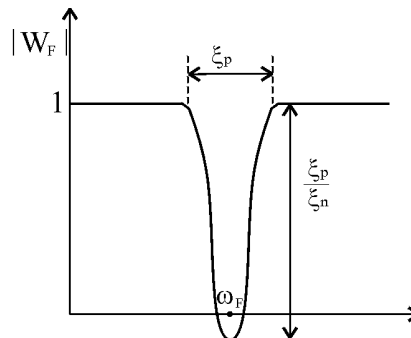
$$W_{NF}(s) = \frac{1 + 2\mathbf{x}_n \frac{s}{\mathbf{w}_n} + \frac{s^2}{\mathbf{w}_n^2}}{1 + 2\mathbf{x}_p \frac{s}{\mathbf{w}_p} + \frac{s^2}{\mathbf{w}_p^2}}$$

$\mathbf{x}_n \rightarrow$  faktor prigušenja nule

$\mathbf{x}_p \rightarrow$  faktor prigušenja pola

$\mathbf{w}_p, \mathbf{w}_n \rightarrow$  prirodna neprigušena učestanost pola i nule.

$\Rightarrow$  na visokim učestanostima se poništava dejstvo nula i polova  $\Rightarrow$  dobija se ravna karakteristika.



$$|W_{NF}(j\omega_F)| = \frac{\mathbf{x}_p}{\mathbf{x}_n} \quad \rightarrow \text{potiskivanje na učestanosti } \omega_F$$

Širina ureza zavisi od  $\mathbf{x}_p$ , a dubina ureza od  $\mathbf{x}_p / \mathbf{x}_n$ .

- OVAKAV FILTER TREBA VEZATI NA RED SA  $M_{em}^*$ , I TAKO SE ODUZIMA ENERGIJA SIGNALA NA KRITIČNOJ UČESTANOSTI  $\omega_F = p$ .

### REALIZACIJA NOTCH FILTRA:

a. ANALOGNA  $\rightarrow$  filtracija pomoću OP-ova, što nije sasvim pouzdano jer učestanosti pola i nule zavise od samih kola, i pri raznim spoljnim uticajima mogu da se menjaju.

b. DIGITALNA  $\rightarrow$  ako želimo da napravimo digitalni filter, onda prvo treba da prenosnu funkciju napišemo u digitalnom obliku.

$$W_{NF}(z) = \frac{K_3 z^2 - K_4 z + K_5}{z^2 - K_1 z + K_2} \quad \left. \vphantom{W_{NF}(z)} \right\} \text{OPŠTI OBLIK U DIGITALNOM OBLIKU}$$

$$K_1 = 2e^{-\mathbf{x}_p \omega_F T} \cos(\omega_F T \sqrt{1 - \mathbf{x}_p^2})$$

$$K_2 = e^{-2\mathbf{x}_p \omega_F T}$$

$$K_3 = e^{-\omega_F T(\mathbf{x}_p - \mathbf{x}_n)}$$

$$K_4 = 2e^{-\mathbf{x}_p \omega_F T} \cos(\omega_F T \sqrt{1 - \mathbf{x}_n^2})$$

$$K_5 = e^{-\omega_F T(\mathbf{x}_p + \mathbf{x}_n)}$$

Ovo nije dobijeno aproksimativnom metodom već z-transformacijom, preko odabiraka inverzne s-transformacije prenosne funkcije NOTCH filtra.



Sa blok dijagrama dobijamo da je :

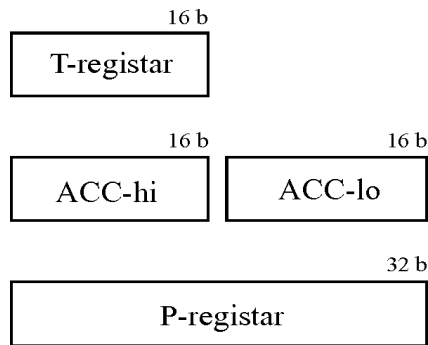
$$\begin{aligned}
 Y(z)(z^2 - K_1 z + K_2) &= X(z)(K_3 z^2 - K_4 z + K_5) \quad / \cdot z^{-2} \\
 Y(z)(1 - K_1 z^{-1} + K_2 z^{-2}) &= X(z)(K_3 - K_4 z^{-1} + K_5 z^{-2}) \\
 \Rightarrow Y(z) &= K_1 Y(z)z^{-1} - K_2 Y(z)z^{-2} + K_3 X(z) - K_4 X(z)z^{-1} + K_5 X(z)z^{-2} \\
 \Rightarrow Y_{n+1} &= K_1 Y_n - K_2 Y_{n-1} + K_3 X_{n+1} - K_4 X_n + K_5 X_{n-1} \rightarrow \text{NOVA VREDNOST}
 \end{aligned}$$

IZLAZA

Moraju se pamtili po dve stare vrednosti ulaza i izlaza (iz pre hodnog i iz pre -pre hodnog trenutka odabiranja, i trenutni ulaz i izlaz).

Ima pet množenja  $\rightarrow$  komplikovano za konvencionalni  $\mu C \rightarrow$  primena na DSP-u TMS 32010

- DSP  $\rightarrow$  TMS 32010 (Texas Instruments)



$$\text{MPY } [RAM]_{16} \Rightarrow \text{REZULTAT } [RAM] * [T] \rightarrow [P]$$

Instrukcija množenja      sadržaj adrese RAM-a se množi sa sadržajem  $[T]$  i rezultat ide u  $[P]$

- LT  $X_{n-1}$        $\rightarrow$  sadržaj memorijske lokacije gde se nalazi  $X_{n-1}$  smestiti u  $[T]$

$$\text{MPY } K_5 \quad \rightarrow [T] \cdot [K_5] \rightarrow [P]$$

LTD  $X_n$        $\rightarrow$  OBAVLJAJU SE TRI STVARI ISTOVREMENO:

- 1)  $[ACC] + [P] \rightarrow [ACC]$  rezultat prethodnog množenja sabira se sa vrednošću iz ACC i vraća u akumulator.
- 2)  $[X_n] \rightarrow [T]$  sadržaj memorijske lokacije gde se nalazi  $X_n \rightarrow [T]$
- 3)  $[X_n] \rightarrow [X_{n-1}]$  pomera se za jednu vrednost adresirane RAM lokacije

$$\text{MPY } K_4 \quad \rightarrow [T] \cdot [K_4] \rightarrow [P]$$

$$\text{LTD } X_{n+1} \quad \rightarrow [ACC] + [P] \rightarrow [ACC]; [X_{n+1}] \rightarrow [T]; [X_{n+1}] \rightarrow [X_n]$$

$$\text{MPY } K_3 \quad \rightarrow [T] \cdot [K_3] \rightarrow [P]$$

LTA  $Y_{n-1}$        $\rightarrow$  kao LTD, ali bez pomeranja :

- 1)  $[ACC] + [P] \rightarrow [ACC]$
- 2)  $[Y_{n-1}] \rightarrow [T]$

$$\text{MPY } K_2 \quad \rightarrow [T] \cdot [K_2] \rightarrow [P]$$

$$\text{LTD } Y_n \quad \rightarrow [ACC] + [P] \rightarrow [ACC]; [Y_n] \rightarrow [T]; [Y_n] \rightarrow [Y_{n-1}]$$

$$\text{MPY } K_1 \quad \rightarrow [T] \cdot [K_1] \rightarrow [P]$$

$$\text{PAC} \quad \rightarrow [P] + [ACC] \rightarrow [ACC] \quad \text{proizvod } K_1 Y_n \text{ se dodaje u ACC.}$$

$\Rightarrow$  Sada u akumulatoru imamo vrednost  $Y_{n+1}$ , tj. novi izlaz (što nam i treba).  
 (Vreme izvršavanja asemblerskog programa 40 , 200 ns.)